公開 2022 年 7 月 12 日

物理学の公理化—何のためにするのか

谷村 省吾

名古屋大学大学院情報学研究科

概要

物理学の理論を公理化する試みはどのような意図で行われているのか，物理理論の公理化にはどのような利点があるのか，それには欠点や限界はあるか，などの問題について論じる．

1　このノートの位置づけ

私は『物理学の公理化—それはどこまでできたか』と題する記事を書き,『数学セミナー』（日本評論社）2022 年 8 月号（pp.34–39）に掲載していただいた．その記事の中で，公理化された物理理論の具体例をいくつか紹介したが，なぜ物理学の理論を公理化するのか？物理理論の公理化に限界はあるのか？などといった少し高い視点からの議論はほとんどしなかった．というのも，物理学の各理論の現状については，私でも，ある程度客観的に紹介することができるが，物理理論の公理化の目的や限界などは，狭義の「物理学の問題」ではなく，議論のテーマとして取り上げられる機会も少なく，結局，各人の思うところに任されていて，私一人が物理学者を代表して述べるようなことではないと思ったからだ．

それでも物理理論の公理化の目的や限界などについて私見を披露しておくのも多少は意味があるかもしれないと思い，このノートでは『数学セミナー』掲載記事に対する補足的な解説をしようと思う．また，公理は数学的・論理的な命題のありかたなので，このノートでは主として物理学における公理的方法について論ずるとしても，数学的方法の意義や歴史的経緯に言及することもある．ただ，私はあくまで数学にも関心を持っている理論物理学者であって，数学や科学の歴史を系統的に研究しているわけではない．その点を自覚して，数学や歴史についてはなるべく迂闊（うかつ）なことを書かないように心がけるが，不正確な記述があれば優しくご指摘いただきたい．

2　物理理論を公理化する意図

『数学セミナー』記事の中で私は，未整理の理論があったとき，何らかの命題を公理として定立し，定義を整え，公理と定義からの演繹体系として理論を再編成することを**公理化**（axiomatization）と呼ぶとした．ただ，一言で「公理化」と言うものの，**定義**

（概念を明確に規定する）・**演繹**（定理を証明する）・**体系化**（諸命題をばらばらに羅列するのではなく，導く・導かれるの関係によって命題群を組織化する）・**形式化**（記法や推論規則を明示して誰でも同じように推論できるようにする）なども整えることによって本当に役に立つ理論ができあがる．さらに，物理学の理論であるためには，理論的概念の**解釈**（理論と現実世界との対応関係）が必要である．

私の研究活動としては物理学の理論の公理化を実行したことはなく，それをやった人から意図を聞いたこともないので，想像でしかものを言えないが，物理理論を公理化する意図としては，数学のお手本（ユークリッドの『原論』，ヒルベルトの『幾何学の基礎』，ブルバキの『数学原論』など）に近づきたかった，曖昧にしていた概念を明確に規定したい，余計な概念や不必要な仮定を科学理論から除去したい，理論は演繹体系であってほしい，基本法則と派生法則とをきっちり分けて階層的に整理したい，といったことがモチベーションとして挙げられると思う．

例えば，量子力学には連続固有値やデルタ関数など "素性の怪しい" 概念が現れるが，それらをシンボリックに書くだけ書いてその場しのぎ的に解釈するよりは，ヒルベルト空間上の自己共役作用素についての公理的な枠組みを整えて連続固有値やデルタ関数などの概念にスペクトル測度という "数学的にまっとうな正体" を与えて理論の中に正当に位置づけることは望ましいことであったと想像できる．

場の量子論においては，モデルの初期設定パラメータが無限大であると仮定する摂動的くりこみ方法が幅を利かせているが，そのようなアプローチでは数学的正当性が保証できないと考えられたから，理論の出発点を well-defined な形で提示する公理的アプローチが試みられたのだろう．

これらの例は，物理学の理論というものは，初めから完成した姿で現れるものではなく，歴史的に徐々に肉づけされ，検証と補修を重ねて作られていくものであることを示している．またこれらの歴史から，たとえ理論的予測が実験と合っていても，不要な部位が理論の中にたまることや，ものごとの発見順序と論理的順序が噛み合わなくなってしまうことがあり，出発点を見直して最低限の仮定から出直して順序よくストーリーを再構築し，正当性や必要性が曖昧な概念を払拭したいという動機が生じる，というパターンが見て取れる．こうして見ると，理論の公理化というのは，初めからできることではなく，ある程度パーツが出そろってきた理論のリフォーム・スリム化として行われることだと思える．

数学の理論も歴史的にはそのような過程を経て形成されてきたのではないだろうか．例えば，極限操作や無限級数や微分・積分などの概念や方法がおおむね形成されたあとで実数の公理が考案され，公理の上に解析学全体を再構築するということがなされたのではないだろうか．ユークリッドの『原論』であっても，歴史上初めて見出された幾何学の知識の開陳ではなく，すでにある程度蓄積されていた幾何学的事実の再編成という形で提示されたのではないだろうか．

理論を作り直すと言っても，ゼロから作ることはできず，何かを出発点としなくてはならないのだから，前提として公理を明示し，公理から他を導く，というスタイルが芽生えたのだろう．公理化以外に理論の整理・再編成の流儀はないのか？という疑問もなくはないが，こと数学と物理学に関しては「公理からの演繹体系」という構成は，仮定と結論という命題間の関係がきわめて明瞭なので，理論の完成形として最も理想的なスタイルとされるのだろう．

それに，一つの理論を公理的に再編成することは，一つの都市を再開発するような大工事（だいこうじ）に似ており，誰でもできるような仕事ではない．ある程度，知識が蓄積されてきて，未整理な部分が目立ってきて，何を基本原理とするべきかという見通しが立ったときでないと，公理化に取り掛かれないし，公理以外のすべてを論証しなおすという非常に骨の折れる仕事が待っている．理論の公理化にはタイミングとセンスと能力が非常に重要だと思う．とにかく，知識の乏しい者ができる仕事ではない．しかも，どういう命題を公理・定義とするかという選択には，勉強だけでは磨けないセンスが要求されると思う．私はそのように考えるので，数学や物理学の一理論を公理的に再編成した人というのは，幸運な時機に巡り合わせた人だと思うし，豊かな知識を持っている人だと思うし，創造力と強靭な論理構成力を持ち合わせている人だと思う．

3　公理化のメリット

公理化の利点として，演繹的な知識体系というのは暗記すべきことが少なくて気持ちがよいという面はあるだろう．これは研究者よりは学習者にとっての利点かもしれないが，理論を公理化し体系化すると，どの命題からどの命題が導かれるという命題間の依存関係が明瞭になるので，理論全体の見通しがよくなり，理論を理解しやすくなるというだけでも十分メリットがあるように思える．

しかも演繹は数学的証明という形で明示されるので，使われている仮定や推論規則もはっきりしていて，論理の飛躍がない．平たい言葉で言えば，（読む方に証明を追跡する能力と根気があれば）ごまかしようがない．「仮定が正しければ結論も必ず正しい」のが演繹推論のよいところで，証明つきの演繹的理論は最強の説得力を持つ．これが理論公理化の最大のメリットかもしれない．

物理理論の場合，証明された定理は，現実世界で起きている出来事の説明になる．説明とは何か？というのは科学哲学上の難問ではあるが，ここでは，**ものごとに対して「それはたまたまそうなっている」という記述ではなく，「そうなるべくしてそうなっている」というように何らかの必然性・根拠を与えるような言説を説明と呼ぶ．**日常会話では，例えば「スマートホンのアプリの使い方を説明する」や「取扱説明書」という言葉の中でも「説明」という単語が使われるが，それは必然性や根拠とは関係のない，「相手が知らないことを教える」だけの伝達・伝授であって，ここで議論している「科学的

説明」「合理的根拠を付与する説明」とは異種の行いである．科学的説明とはおそらく，説明したい事項を，なるべく受け入れやすいミニマルな公理系から定理として演繹して見せることなのだろう．受け入れやすいとは，直観的に自明に思えるとか，経験的に確証されているとかいったことなのだろう．公理系の中にそれがなくても所望の定理を演繹できるような余計な命題があると，説明らしくなくなってしまう．その意味で公理系はミニマルであった方がよい．数学に不慣れな人には演繹論証は短い方が好まれるだろう．もちろん，説明したい事項そのものを公理にしてしまえば最短で演繹できたことになるが，それでは説明にならないだろう．科学的説明に関しては，戸田山和久およびドイッチュが論考を掘り下げている [1, 2, 3]．また，私の科学哲学上の態度は記事 [4, 5] に書いた．

例えば，惑星の運動に関するケプラーの法則（惑星の楕円軌道，面積速度一定，公転周期の 2 乗は楕円長径の 3 乗に比例）は，現代においては法則と言うよりは観察事実に近い．つまり，ケプラーの法則だけでは「見たことのそのままの記述」以上のことにはなっていない．付け加えるなら，もしも新たに発見される惑星があれば，それもまたケプラーの法則に従っているであろうという予測というか期待はできるが，とくに必然性があってそうなることを説明しているわけではない．

力学の理論によれば，ケプラーの法則の内容はすべて，重力の法則と運動の法則から演繹される．さらに力学の理論は，太陽の周りを公転する惑星だけでなく，惑星の周りの衛星や，太陽のような特徴的な中心天体を持たない連星や星雲や銀河の運動をも説明する．潮の満ち干，すなわち海水の運動のような，一見，天体の運動とは直接関係ないような現象も力学理論は同一の法則の下に説明する．公理化された理論は，その場しのぎの仮定が少ない理論になっていて，少ない仮定で，多くの，見かけも異なることがらに筋の通った説明を与える．こういう方法が通用したことが物理学の強みだとも言える．

また，物理学の理論の場合,「理論の予測が実験と合わない」という事態があったときに，理論が公理化・体系化されていれば，理論のどこを修正すればよいか，修正の影響がどこまで及ぶかなどを見通しやすい．新しい理論が必要になったときも，まったく新しい理論を一から作ろうとするよりは，既存の理論の公理系のうち正しくなさそうな一部の公理だけを変更してみる方が，望みのある方法だと思える．つまり，理論を公理化してあると，ものごとをスマートに説明できるだけでなく，説明が合わないときでも修正すべき箇所をつきとめやすいと言える．

例を挙げると，ニュートン流の古典力学よりもハミルトン流の解析力学の方が抽象的で公理的体裁の整った理論であるが，ハミルトン形式の解析力学は，統計力学に直結するし，ポアソン括弧を演算子の交換子で置き換えるだけで量子力学にも移行できる．もしもハミルトン形式の解析力学がなくて，ニュートン流の古典力学しかなかったら，気体にも固体にも量子系にもスピン系にも適用できる普遍性の高い統計力学はできずに，

ニュートン力学が扱う質点の運動というイメージが通用する気体分子運動論のレベルにとどまっていたかもしれない．気体分子運動論のレベルでは，黒体輻射の問題や，固体の比熱のデュロン-プティの法則の破綻などは,「古典力学では説明できない現象」として意識されにくかっただろう．古典統計力学が公理的に整備されていたからこそ，古典力学の破綻が目立って認識できたという面はあったと思う．

それと，理論を公理化して再編成すると，原初的な理論の創始者の意図や発想から離れて諸概念の見直しと取捨選択がなされ，理論そのものが換骨奪胎されるという効果があると思う．例えば，カルノーやクラウジウスの「熱に関する理論」は，熱力学として再編成された．マクスウェルの「電気と磁気に関する理論」は，電磁気学として再編成された．原初理論構築の際には根源的なものとして扱われていた熱素やエーテルのような “仮の基本要素”（哲学的には “メタフィジカルな要素” と呼ばれそうなもの）が，理論再編成の際にその必要性が検討され，取捨選択され，エネルギーやエントロピーや時空と場のような洗練された概念で置き換えられていった．さらには理論の属人性が剥ぎ取られ，誰でも同じように考え，同じように推論できる普遍的理論へと脱皮することができたと言えるのではないか．このような，余計な想像物の除去・概念の洗練・創始者からの離脱・対象の普遍化ができたことも物理学者たちの努力の賜物というか僥倖であったと思う．

まとめると，物理学の理論の公理化のメリットと言えることとして，何を前提としているかということを自覚できる，理論全体の見通しがよい，現象として見えるものごとを公理から導かれた定理という形で根拠づけて説明できる，基本法則だと思っていたことがじつは特別な場合にしか成り立たない定理だと知ればそれだけでもある種の「思い込み」からの解放になる，定理として導かれたことが実験と合わない事態に遭遇したとき問題のありかと深刻さを認識しやすく，理論の中の修正すべき箇所の候補をある程度絞れる，新しい理論を構築するときに公理系を少しずつ変更してみるのは建設的な方法であることが多い，また，公理化に伴って，原初的理論の中にあった，余計なものを含んだ素朴なイメージが見直されて，普遍的形式化に堪える概念が洗い出される，などが挙げられる．

4　公理化のデメリット

物理学の理論の公理化にはさまざまなメリットがあることを見て来たが，デメリットはあるだろうか？　もともと公理という考え方は数学の中で現れたものなので，数学と物理学における公理の位置づけを比較しながら考察してみよう．そうしないと,「物理学では公理化はよいことばかりではない」と指摘するときに，それは公理化という方法の物理学者の使い方の問題なのか？それとも公理化という数学的方法に内在した問題なのか？という論点が錯綜してしまいかねない．

数学者にもいろいろな考えの人がいるだろう．「公理は絶対的な真理だ」と考える数学者はさすがに現代にはいないだろうと思うが，「公理は，ある程度正しいと信じられることだ」と考える数学者はいるかもしれないし，「公理はたんなる仮定だ」と考える数学者もいるかもしれない．ただ，公理はたんなる仮定であり現実世界の物理法則に縛られる必要はないとしても，はじめから矛盾していることが明らかであるような公理系を書いてそれから何かを導いてやろう（何でも導けるのだが）とする数学者はいないだろう．また，あまりにも直観からかけ離れた公理や定義では人間の頭は能率よく働かないので，たとえ形式的な公理を設定するとしても，何らか直観的な意味づけのできる公理を設けるのが普通だろう．

多くの物理学者にとっては，物理理論の公理化は知識の整理に役立つ，というのが本音のところだろう．公理化のデメリットと言うか，認識論的なリスクとしては，「公理に書いてあることは真理である」という思い込みを生じかねないことが挙げられる．が，物理学者であれば各理論の正しさの程度を心得ているのが普通だと思う．例えば，素粒子物理をやるのであれば，特殊相対性理論と相対論的場の量子論は疑う余地がないとしても，素粒子のモデルに関しては，電弱相互作用のモデルは確証度が高いが，ニュートリノのモデルは不確定性が大きいことを知っているだろう．

一方で，より正しい新理論が現れ，従来理論は間違いであったことが判明したとしても，従来理論が完全に捨てられるわけではない．物理学の歴史では，たいがい新しい実験装置や観測方法が開発されて物理学者の観測範囲が広がることによって従来理論のほころびが見えてきて，それで必要に迫られて新理論が作られるというパターンが繰り返されてきたと言ってよいと思う．そうすると，従来理論は，それなりに合っていたから信用されていたのであり，新理論が現れたとたんに従来理論がでたらめになるわけではない．むしろ，新理論が現れることによって，従来理論の適用限界がわかってくるものだ．例えば，加速器の中を走り回る素粒子の軌道は古典力学で計算して，衝突する素粒子の反応は量子力学で計算するという「使い分け」もやってよい．現役の物理学者は，わりと融通を利かせて複数の理論を適当に貼り合わせて使って一つのシステムをデザインしたり分析したりしている．なので，物理理論の公理化は，一つの理論の絶対的正しさを保証することではない．いつか新理論が現れれば従来理論が新理論の近似であったり限定版であったりすることがわかるだろうという，ある種の覚悟を物理学者は持っていると思う．

一つの公理系を絶対視して金科玉条（きんかぎょくじょう）と思ってしまうなら，従来理論の守備範囲に収まらない観察事実を見逃したり，無理に公理の枠組みに押し込もうとして糊塗（こと）した解釈を自分に言い聞かせて，結局正しい理解から遠ざかるおそれがあるだろう．ただ，たいがいの物理学者は，既存の物理理論が間違っているかもしれない可能性を見つければ新発見のチャンスと捉えて喜んで飛びつくので，新現象・珍現象の見逃しということは現代では起きにくいような気がする．

従来理論の枠から逸脱した新現象を見逃すリスクよりも問題になりやすいのは，ある理論が成功していると，すべての現象をその理論の手中に収めないと気が済まなくなることではないだろうか．例えば，重力の理論である一般相対性理論とミクロ世界の物理理論である量子論が成功していると，「重力の量子論があるはずだ」，「量子重力理論を作らねばならない」というモチベーションが生じる．つまり，何でも量子論でないと気が済まないという動機が高まる．そういう気持ちはわからなくはないが，実験・観察からの手掛かりがなく，理論的な動機しかないときに意味のある物理理論ができるのかというと，難しいものを感じる．

物理学の公理を真に受けすぎて，現実のものごとすべては文字通り公理に従っているはずだという考え方をする人は，物理学者よりは数学者にちらほら見られる．例えば，量子力学には「物理量は自己共役作用素で表される」という公理がある．しかし，現実に物理学者が実験で実測している値には，自己共役作用素の固有値や期待値としては表されていないものもある．例を挙げるなら，素粒子の崩壊寿命は，重要な物理的パラメータであり，実測もされているが，寿命を表す自己共役作用素は，どう考えてもなさそうである．また，幾何学的な「角度」は数量として測ることは現実になされているが，角度も自己共役作用素の固有値としては定義できない．そういった意味では，「自己共役作用素で表されない物理量もある」のである．物理理論における公理というのは，やはり絶対的真ではなく，ある種の「割り切り」であり，扱う範囲を限定する宣言文として読むべきなのだろう．

では，物理理論の公理は，物理学者の主観によって取捨選択されるものなのか？どうとでも都合よく柔軟に設定し変更してもよいのか？と考えると，やはり「ご都合主義」・「相対主義」でよいとは思えない．公理の設定の自由度には何らかの制約はあると思うのだが，特徴づけはなかなか難しい．言えることは，公理を極端に硬直的に捉えることも，極端に融通無碍（ゆうずうむげ）に捉えることも，どちらもまずいだろうということである．あと，理論を作っている過程では公理系の設定に試行錯誤があっても，他人に理論や自説を呈示している最中に公理系を改変しないのは，プレゼンテーションのマナーとして当然のことだろう．

もう一つ注意しておいた方がよいこととして，一般に数学の理論においては，公理の表現のしかたは一意的ではない．命題 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ からなる公理系から B という命題が導かれているときに，最後の公理 A_n を B で置き換えた命題群 $A_1, A_2, \cdots, A_{n-1}, B$ から A_n が導かれる場合がある．そうすると，A_n は公理とも言えるし，定理とも言える．例えば，群の公理や実数の公理には何通りか異なった組み立て方がある．そうすると，一つの見かけの公理を絶対視するのはやはり偏った見方だと言える．

しかし，「公理は絶対的なものではない」こと自体は別にデメリットではない．見かけは異なるが結果的に同値であることがわかるような公理系の選び方があることを知っていれば，理論をより深く理解できるし，理論の拡張を試みるときは，拡張しやすい公

理系と拡張しにくい公理系との差異があるのが普通なので，公理系のバリエーションを知っていることは「得」だと言える．

この節の議論をまとめる．物理理論の公理化自体にデメリットと言えることはなさそうだが，一つの公理系を教条的に信頼すると，物理学の新展開の可能性に対して目を閉ざしてしまう可能性があることや，公理系から外れる概念の理解が悪くなることを指摘した．また，成功している理論ですべての物理現象を説明したいというモチベーションが生ずることがあり，それは普遍性・統一性を志向する物理学としては当然の目標ではあるのだが,「やりすぎ」,「求めすぎ」かもしれない可能性と背中合わせである．

5　重力は古典物理か量子物理か

物理学の公理化について論ずるという本稿の目的からいくぶん外れるが，重力の量子論の可能性について私見を述べたい．この節に書くことはすべて予想・憶測であることを承知していただきたい．

私は，実用の観点からも，数学的必要性の観点からも，重力は量子論の言葉で記述される必要はなさそうだ，重力はあくまで古典物理理論の言葉で語られる概念にとどまるのではないか，と予想している．熱力学・統計力学における温度やエントロピーが量子論的な非可換作用素ではなく古典物理的な実数値関数であるように，重力場（時空計量場）もあくまで可換な作用素，つまり実数値で表される古典場にとどまるのではないか，という考えである．私は以前にも『重力は量子化されなければならないか？』と題したコラムでそういう考えを示した（[5] の補足ノート，第 16 節）．こういう考えは，少数ではあるが私以外の物理学者も表明している（とくに前々から小嶋泉氏が表明している [6, 7]）．

さらに言えば，重力は，他の基本相互作用（電磁気力・弱い力・強い力）と比べると極端に弱いが，それは，本来，完全な打ち消し合いが起こればゼロになるはずだったものが，わずかに打ち消し損なって残った効果が重力だったからではないか，と私は憶測している．例えて言えば，電気的に中性な 2 つの原子があったとき，原子が理想的な点粒子だったとしたら 2 つの原子間に働く電気的な力はゼロになるはずだが，原子は点ではなく広がりを持った電子雲に包まれていて電荷の分布にプラス・マイナスの偏りがあるために 2 原子間にわずかな引力（レナード-ジョーンズ・ポテンシャル）が働く．それに類似して，重力も完全な打ち消し合いを免れた残余（remnant, レムナント）的な効果なのではないか，という考え方である．

ただ，そのような残り物であれば，きれいな法則に従うことは期待しにくい．現在の知識では重力は一般相対性理論のアインシュタイン方程式に従うことが知られているが，そのようなエレガントな法則を演繹するような一般相対性理論よりも高次の理論は簡単には見つかりそうにない．一方で，素粒子物理のモデルとして非線形シグマモデル

と呼ばれるものがあるが，それは，対称性の自発的破れに伴って必然的に現れる南部-ゴールドストン・ボソンという粒子を記述するモデルである [8]．言い方は悪いかもしれないが，南部-ゴールドストン・ボソンは，破れた対称性の残滓のようなものである．非線形シグマモデルは，くりこみ不可能なモデルであり，究極的な物理理論とは言い難いが，対称性からモデルの設定が幾何学的・一意的に決まるという著しい特性を持っている．それをエレガントと呼ぶかどうかは審美眼しだいだが，非線形シグマモデルの数学的一意性はよい特性だと言える．重力も，その種の現象論的・有効理論的な「余りもののモデル」で記述されるのではなかろうか．

重力は極端に弱く，素粒子レベルの世界ではほとんど無視できる．天体のような巨大なサイズになって初めて重力は顕在化してくる．その現れ方は，ミクロからマクロへと視点を移すとき，温度やエントロピーのような熱力学的概念がマクロスケールの系に対して初めて意味を持つことに似ている．重力は，天体同士のようなマクロ系対マクロ系の間，あるいは天体と素粒子のようなマクロ系対ミクロ系の間でのみ顕在化する力であって，ミクロ系同士では意味を持たないのではないだろうか．この言葉が適切なら「創発」と言ってもよいが，重力はあくまでマクロスケールの世界で創発する効果なのではないだろうか．

もちろん「重力の古典物理理論は実用に堪える」,「古典的重力理論は十分な精度で観測事実と合っている」という前提から,「重力を量子論で記述することは数学的に不可能である」という命題が演繹できるわけではない.「観察できた範囲の事実の説明には不要だが，重力の量子論は構築できる」かもしれない．さらには,「重力を古典物理概念扱いしている理論では説明不可能であり，かつ，重力を量子物理概念扱いする理論で説明できる現象」が見つかるかもしれない．そういう現象を探索する試みが行われていることを私も知っている．可能性は開かれている．

6　科学理論の公理化に限界はあるか

話を広げて，物理学に限らず科学全般の理論の公理化はどこまで可能か？と考えてみることも面白いかもしれない．これは現時点で答えを出せる問いではないと思う．

物理学の理論の公理化がかなりできているのは不思議である．そもそも数学が物理学の役に立つこと自体が不思議である．こういう言い方をすると,「すべての数学が物理学の役に立つわけではない」や「物理学のために数学があるわけではない」という反感交じりの意見をもらいかねないが，数学と物理学が主従・使役の関係にあると言いたいのではない．原則として数学は現実世界とは無関係な理念的世界の記述体系であるのに，物理的現実世界のことがらを記述したり予測したりするのに数学が非常に有用であることが不思議だ，と言いたい．そのような問題を論じたウィグナーの論文 [9, 10] が有名であるし，私も同様の問題を論じたことがある [4].

物理学以外の科学分野，例えば生物学や地球科学や認知科学・心理学などは公理化できるようには思えない．科学の全分野を物理理論のように公理化しようとするのは無謀な企てに思える．公理化というのは，普遍的な法則性を明示したいからすることであり，生物や惑星のように個別性・歴史性の強い対象は，そもそも普遍的な記述スタイルが適していない．そこに行くと物理学は，没個性的で条件をコントロールしやすいシンプルなシステムを対象とするので，普遍的な記述がしやすく，それゆえに公理化もしやすかったのだろう．また，だからこそ，ヒルベルトも「全科学分野の公理化」ではなく，「物理学の公理の数学的取り扱い」をテーマとして掲げたのだろう．

実際のところ，我々の宇宙は，シンプルな法則に従うシンプルな要素からできているという意味で存在論的に公理的な作りだったし，我々人間は，ものごとを公理的体系として捉えるとわかった気がするような認識論的機構を発達させたということなのだろう．そういう宇宙においては，物理学の公理的扱いは成功しやすかったのだろう．

私は，自然科学というのは，ある種の**アフォーダンス**（affordance）だと考えている [11]．アフォード（afford）とは「供給する，何かを可能にする」という意味の語であり，例えば，水は「洗う」「流す」「冷やす」「煮る」「泳ぐ」「潜る」などの行為をアフォードする．水がどのような行為をアフォードするかは，水の物理的性質としてあらかじめ決まってはいない．それに類似して，物理的な外界と，ある感覚器官・認知能力・運動能力を持った人間とが出会って，人間が世界を意味づけて世界に対してうまく働きかける．このことを世界の側から見れば，「世界が，人間に，世界理解と世界への介入・操作をアフォードしている」ことになる．「物理法則は完全に外界の側だけにあり，物理理論に現れる諸概念は文字通りに世界の側に実在している」という完全客観的実在論も極端であり，「物理法則は人間のこしらえものにすぎない」という主観的観念論も極端すぎていて，正解は，物理理論は世界の実在像をある程度適切に記述しているし，世界はそのような認識・記述を可能にするようにできていた，というところにあるのだろう．

こう言うと，「どうして世界は物理理論の公理化をアフォードしてくれたのか？」，「どうして世界はそんなふうに都合よくできていたのか？」というようなメタな問いかけをしたくなるかもしれないが，世界が人間に理解可能にできていたことはラッキーだった，こういう秩序ある世界だったから人間が生まれ世界に適応して世界を記述・理解する方法を発達させたのだろう，くらいに思うしかないと私は思う（文献 [4] でも私はそういうことを論じた）．メタな問いかけをしたくなる気持ちはわかるが，世界のありようを謎めかす疑問を発したところで意味のある答えは期待できないと私は思う．

公理化という方法論そのものに限界があるかどうかはわからない．方法論の限界を定めるメタな理論を誰かが言い出したとしても，そういうものがあてになるとは私には思えない．科学というのは，基本的に試行錯誤的な営みであり，いろいろな方法論をやってみて，ある程度うまく行く方法が見つかったなら，その方法でやれるだけやってみるしかない．公理化というのもそういう方法の一つであり，唯一絶対の方法ではない

だろう．

可能性の一つとして，AI（artificial intelligence）が発達すれば，AI による世界の科学的理解と新しいテクノロジーが生まれるかもしれない．それはそれで，わくわくするような人類史の展開だと思う．私はたまたま最近 AI の研究に携わっているから宣伝のために AI を持ち上げようとしているのではなく，本当に科学の新しい発展の方向性として AI に期待しているし，それができそうだと考えているから，こういうことを言っている．

7　ヒルベルトが掲げた課題

ヒルベルトは 1900 年の国際数学者会議での講演で 23 問の数学の問題を発表し，その中の第 6 問として「物理学の公理の数学的取り扱い」という課題を提示した．その講演の中でヒルベルトが例として挙げていたのは，確率論の公理と気体分子運動論の関係，あるいは，質点系（原子）と連続体（剛体や流体）の力学の関係を数学的に扱えという課題であった．

また，理論の公理系を一挙に提示するのではなく，まず基本となる少数の公理を提示して，それに少しずつ公理を付け加えて行って，無矛盾性をチェックしつつ，定理として証明できる内容を増やしていくという扱いを物理学の理論に対してもするべきだとヒルベルトは唱えている．この種の，公理系の増補によって一般論から特殊論へと展開していくアプローチは，物理学の場合は，特殊相対性理論の公理系にさまざまな公理を付け加えることによって相対論的質点の力学や，相対論的古典場の理論，相対論的場の量子論などの理論のバリエーションが派生するという形で実現していると思う．

ヒルベルトの講演録には，以下のような文が書かれている [12]：

> 建築物に対して基礎を確実に設計した棟梁(とうりょう)その人だけが，建築物の用途をも，唯一の基礎の上に知ることができる．

参考文献

[1] 戸田山和久,『科学哲学の冒険―サイエンスの目的と方法をさぐる』，NHK 出版，2005 年．

[2] 戸田山和久,『「科学的思考」のレッスン―学校で教えてくれないサイエンス』，NHK 出版，2011 年．

[3] デイヴィッド・ドイッチュ（熊谷玲美・田沢恭子・松井信彦 訳）,『無限の始まり』，インターシフト，2013 年，第 1 章「説明のリーチ」．

[4] 谷村省吾,「量子論と代数—思考と表現の進化論」，サイエンス社，数理科学 2018 年 3 月号 pp.42–48. 補足解説も付けて全文を名古屋大学学術機関リポジトリに公開：
http://hdl.handle.net/2237/00030854

[5] 谷村省吾,「ミクロとマクロをつなげる—概念体系の網はいかにして世界を捉えるか」，サイエンス社，数理科学 2022 年 1 月号 pp. 52–57. この記事に対する補足ノート「『ミクロとマクロをつなげる』の補足解説—フィジクスとメタフィジクスの双対性」を数理科学のウェブサイトで公開：
https://www.saiensu.co.jp/search/?isbn=4910054690125&y=2022#support

[6] 小嶋泉,「だれが量子場を見たか」．中村孔一ら編集,『だれが量子場をみたか』，日本評論社，2004 年，pp.65–107 に所収.

[7] 小嶋泉,『量子場とミクロ・マクロ双対性』，丸善出版，2013 年．p.208 以降，6.4.4 節「対称性の破れとしての時空創発」，6.4.5 節「重力と一般相対論的時空の創発」，6.4.6 節「等価原理の新しい解釈と時空創発におけるミクロ・マクロ双対性」などに時空と重力に関する小嶋氏の見解が書かれている.

[8] M. Bando, T. Kugo, K. Yamawaki, “Nonlinear realization and hidden local symmetries”, Physics Reports, 164, 217–314 (1988).

[9] Eugene P. Wigner, “The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences”, Communications on Pure and Applied Mathematics XIII, 1–14 (1960). E. P. ウィグナー（中西襄(のぼる) 訳）,「自然科学における数学の有効性について」，科学（岩波書店）1961 年 9 月号，pp.450–457.

[10] Eugene P. Wigner, Symmetries and Reflections, Indiana University Press (1967). E. P. ウィグナー（岩崎洋一・江沢洋・亀井理・高原修 訳）,『自然法則と不変性』，ダイヤモンド社，1974 年，第 17 章「自然科学において数学がおかしなほど有効であることについて」.

[11] 谷村省吾,『理工系のためのトポロジー・圏論・微分幾何—双対性の視点から』，サイエンス社，2006 年（電子版 2013 年），まえがき.

[12] ヒルベルト（一松信 訳）,『数学の問題』，共立出版，1969 年，p.21.