「代数学 1 群論入門」の正誤表

1. p.2, l.-5, 拡張 $\to$ 拡張または延長
2. p.8, l.8, $A, B \to X, Y$　l.15, $f : A \to B \to f : X \to Y$
3. p.27, 定義 2.2.5, 最初は非可換環についてはほとんど書く予定はなかったので，可換でない体を斜体ということにしたが，第 3 巻の補足で単純環やブラウアー群について書いたので，増刷のときには，斜体は可換体を含むという定義に変更すると思う.
4. p.33, l.7, いろいろ考えて「生成元」という用語を使うことにしたが，群を生成する集合のことを「生成系」，その元のことを「生成元」というように変更すると思う．しかし，これ以降はほとんど元について考えるので，変更はないと思う.
5. p.34, l.2, 加法群 $\to$ 可換群
6. p.43, l.2, 行列成分 (索引では matrix element) $\to$ 行列単位 (matrix unit)
7. p.53, l.9, $[G : H] \to (G : H)$
8. p.109, 下から 7 行目, $HK \subset G$ は部分群である．$\to$ $HK \subset G$ は部分群である (命題 2.10.3 (1)).
9. p.113, 例題 4.6.7 を示すだけなら，次のようにもできる.

   $H_1 = \mathfrak{S}_3$ は $\sigma = (1\,2), \tau = (1\,2\,3)$ で生成され，$\sigma^4 = \tau^3 = 1, \sigma\tau = \tau^2\sigma$ となる．また，$H_2 = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ で ν を H_2 の生成元，$\rho = 1$ (演算は乗法的) とすれば，$\nu^4 = 1, \rho^3 = 1, \nu\rho = \rho^2\nu$．よって，全射準同型 $G \to H_1, H_2$ がある．$|H_1| = 6, |H_2| = 4$ なので，$|G|$ は 12 で割り切れる．したがって，$|G| \geqq 12$ である.

   第 2 刷ではこれを使って、例題 4.6.7 の解答を幾分変更すると思う．しかし、もともとの解答も残す予定.
10. p.118, 定理 4.8.1, 「ただし，$n = 0$ の場合は $G \cong \{0\}$ と解釈する.」と入れる.
11. p.130 演習問題 4.1.6 (2) 「を求めよ.」を最後に追加.
12. p.143 中間くらいの太字の部分, S が G の生成集合で $\to$ S が G を生成し，
13. p.148 4.3.1 のすぐ上, 幾分考察が $\to$ いくぶん考察が

第 2 刷の正誤表

1. p.21, 例 2.1.5 $G = \mathbb{Q}^\times = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $R^\times = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $C^\times = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ を $G = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ に変更. ($A^\times$ は後で出てくるので.)

2. p.27, 例 2.2.4 正則行列よりなり，非可換である. → 例 2.2.4 正則行列よりなり，$n \geqq 2$ なら非可換.

3. p.29, l.17, $y = x^{-1} \in H \to x^{-1} = y \in H$

4. p.39, 命題 2.4.18 の 1 行目, 有限で $d > 0$ → 有限で d (> 0)

5. p.67, l.2, $\to$ を $\mapsto$ に置き換える.

6. p.71, 問題 2.5.3 (2) ϕ は同型 → ϕ は単射

7. p.133, 問題 4.2.6 $\times \cdots$ となっているところを $\times \cdots \times$ とする (2ヶ所)

8. p.145, 問題 2.9.5 の解答, すべての部分群が正規部群分 (1–4 は九州大の落合啓之さんの HP を見て気がついた)

第 3 刷の正誤表

とりあえず，落合さんのコメントに対応する. 落合さんが「原文でいいけど」といっているところは変更しない. 落合さん沢山のコメント大変有難うございました。3 刷には間に合わなかったけど，4 刷のときには対応できるところは対応するようにします.

1. p.21, 例 2.1.5 最後の行 $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ を $\mathbb{Z} \setminus \{0\} (\neq \mathbb{Z}^\times)$ と変更.

2. p.21 で $(a^n)^{-1} = a^{-n}$ と書いたのは，n が正でも負でもこれが成り立っているということを一応指摘しておきたかったからというのが理由. $(a^n)^m = a^{nm}$ がすべての整数 n, m に対して成り立つと変更することにする.

3. p26, 落合さんは「可換環, 逆元, 単元, 乗法群は、「定義 2.1.xx」と番号をつけて書いておきたい。」と書いていたが，項目が多くなりそうで，文中で定義することにした. 今となってはレイアウトの関係で仮に変更しようと思っても無理です.

4. p.27, 例 2.2.4 の 2 行目, 「$\mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ は可換ではない.」を「$n \geqq 2$ なら，$\mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ は可換ではない. に変更. 最後の行を 「$n \geqq 2$ なら，非可換群である」と変更.

5. p.29, 命題 2.3.2 の証明,「(1) より H は空集合ではない.」 の後に「(2) より G の群演算は写像 $H \times H \to H$ を定める」と入れる.

6. p.29, l.12, $y = x^{-1} \in H$ を $x^{-1} = y \in H$ と変更.

7. p.31, 例 2.3.9 $\mathrm{Sp}(2n), \mathrm{Sp}(n)$ を $\mathrm{Sp}(2n, \mathbb{R}), \mathrm{Sp}(n, \mathbb{R})$ とする.

8. p.35, 2 行目
$$(\overbrace{1_{G_1}, \ldots, 1_{G_1}}^{j-1}, g_j, \overbrace{1_{G_1}, \ldots, 1_{G_1}}^{t-j})$$
とする.

9. 命題 2.4.18 では落合さんは $H = \{m \in \mathbb{Z} \mid x^m = 1\}$ とすべきと書いているが，どちらの n も固定された n ではないので，個人的には納得して同じ n を使っている. 好みの違い.

10. p.40, l.-1, f を ϕ とする.

11. p.43, 例 2.5.10, $\mathrm{Ker}(\sigma)$ を $\mathrm{Ker}(\mathrm{sgn})$ とする.

12. 命題 2.5.13 (1) $\Rightarrow$ (2) の証明を次のようにする.

    「命題2.5.3 (1) より $1_G \in \mathrm{Ker}(\phi)$ である. 逆に $g \in \mathrm{Ker}(\phi)$ なら，$\phi(g) = 1_{G_2} = \phi(1_{G_1})$ なので，ϕ が単射なら $g = 1_{G_1}$ である.」

13. p.47, 命題 2.5.24 の証明，
$$1_B = \phi(1_A) = \phi(xy) = \phi(x)\phi(y),\ 1_B = \phi(1_A) = \phi(yx) = \phi(y)\phi(x)$$
とする.

14. p.65, l.-4, h を h^{-1} とする (2 箇所) (石田雅明さまご指摘有難うございました.)

15. p.69,70 の問題 2.3.5, 2.3.6 が同じページにあるべきというような，レイアウトに関することはとても難しいので，変更不可能です.

16. p.71, 問題2.5.2. 第 2 文の内容を巻末の「演習問題の略解」に移すと，後ろのほうを多ページにわたって変更しなくてはいけないので，変更不可能です.

17. p.73, 問題 2.9.4, 2.9.5 を 2.8.4, 2.8.5 に移動. 解答のほうも移動. 2.9.5(移動した後は 2.8.5 は「答えとヒント」とする.)

18. p.93, 命題 4.1.23 の主張を「よって，***」を「よって，$|G \cdot x| = (G : G_x)$. さらに $|G| < \infty$ なら，これは $|G|/|G_x|$ に等しい.」と変更する.

19. p.102, 例 4.3.6, $[G : N]$ を $(G : N)$ とする. 群の指数は最初の原稿では $[G : N]$ としていましたが，第 2 巻で出てくる体の拡大次数 $[L : K]$ と混同しないように，$(G : H)$ としました. その名残りがこの誤植です.

20. $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ を「単純群」と呼ぶにはあまりにも構造が簡単すぎて，定義から除外しました. 名前は単純群でも，単純群は構造が複雑な群というイメージなので. 風当たりが強ければ，$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ も入れるようにするかも. まだしないけど.

21. p.107, 命題 4.5.6 の主張を「$|G/N_G(H)|$. さらに $|G| < \infty$ なら，これは $|G|/|N_G(H)|$ に等しい」と変更する.

22. p.107, 命題 4.5.6 の主張を $|G/\mathrm{N}_G(H)|$ とする.

23. p.108, l.-4, 「$i \neq 1$ なら *** 示す.」を次のように変更.

    H のこの作用による H_i の軌道が 1 つの元からなるなら，$i = 1$ であることを示す.

    p109 の 3 行目, $H = H_i$ となる. よって，$i = 1$ である. として,「これは矛盾なので、Hi の軌道は 2 つ以上の元よりなる.」を削除する。

    ただし，レイアウトの問題があれば，この変更はしない.

24. p.110, l.-5, 取りかたの → 取りかたに

25. 4.6, 4.7, 4.8 節の順序ですが，群論の授業を週 1 コマで 1 学期間で行うと，シローの定理のあたりで時間的に厳しくなります. シローの定理の後で何をするか，ということは個人的な好みの差があると思いますが，私だったら具体例として位数 12 の群の分類をします. そのために生成元と関係式が必要で，時間があったら有限アーベル群をやるというのが，個人的な方針です. ここの順序はそういった個人的な好みからこうなっています.

26. p.115, l.6, $D_6 \quad (\cong \mathfrak{S}_3 \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ とする.

27. p116. 確かに H, K 両方正規部分群であるとき，K が正規部分群でない，K だけが正規部分群であるときを考えれば，すべての場合をくせますが，$G = HK$ になるかということは，結局成り立っているわけで，分類という点においては必要ないかもしれませんが，すべての場合に $G = HK$ となるかどうかということには純粋な興味があります. $G = A_4$ であれば，結局 H が正規部分群になることがわかりますが，とにかく最初に $G = HK$ になることを確定させて議論するほうが気持ちがいいので，このまま変更なしとすることにします.

28. p.116, l.-9, $4 = K$ の共役の数 $= (G : N_G(K_i))$ とする.

29. p.117, l.-5, H の元がすべて v と可換なら，G が非可換という仮定に矛盾する. よって，$b \in H$ で *** とする. なお，最終的に a, b により生成された群として考えるために，別の文字 v, w が使われています.

30. p.118, l.4, r, t を交換する. r は reflexion の r なので.

31. p.118, l.3,

    $$t^6 = r^2 = 1, rtr^{-1} = t^{-1} \tag{4.7.2}$$

    と番号をつけて，l.6 では「a, b は (4.7.2) と同じ関係式を満たす.」とする. l.11 で $L \cong D_6$. として 1 行稼ぐ必要あるかも.

32. p.120, l.12, 「$h = p^c\alpha h + m'\beta h = \beta m'h$ なので,」の後,「

$$p^{c+\ell-a_i}h = p^{c+\ell-a_i}\beta m'h = p^{c-a_i}\beta p^{\ell}m'h = p^{c-a_i}\beta mh = \beta p^{c-a_i}p^{a_i}g_i = \beta p^c g_i = 0$$

となる. h の位数が p^c なので，$c+\ell-a_i \geqq c$，つまり $\ell \geqq a_i$ である.」

と続け，l.21 の「$\ell = a_i+\ell_1$ と書くと」に続け (この間は削除)，さらに,「$p^{a_i}g_i = p^{a_i}p^{\ell_1}m'h$，つまり $p^{a_i}(g_i - p^{\ell_1}m'h) = 0$ である. $\pi(g_i - p^{\ell_1}m'h) = \pi(g_i)$ なので，g_i を $g_i - p^{\ell_1}m'h$ で取り換えればよい.」とできます. ずいぶんわかりやすくなります (落合氏の議論).

これで 9 行くらい少なくなってしまうので，何か加えないと後のページまで影響してしますが，121 で証明が終わった後，単因子論で証明できることを次のように少し説明することにしましょうか.

p.121 の証明の後

なお，定理 4.8.2 は定理 II–2.12.1 の特別な場合である. 第 2 巻 2.12 節の議論では，定理 4.8.2 の前半部分は以下の方針で証明される.

(i) $G = \langle g_1, \ldots, g_n\rangle$ なら，$\phi : \mathbb{Z}^n \to G$ を $\phi(a_1, \ldots, a_n) = g_1^{a_1}\cdots g_n^{a_n}$ と定めるとき，$\mathrm{Ker}(\phi)$ も有限個の元で生成されることを示す.

(ii) $\mathrm{Ker}(\phi) = \langle b_1, \ldots, b_m\rangle$ なら，整数を成分とする $n\times m$ 行列 A があり，G は A により定まる線形写像 $T_A : \mathbb{Z}^m \to \mathbb{Z}^n$ による余核と同型である. この A を左右から可逆行列をかけることにより変形し，ほぼ対角行列の考察に帰着する.

こういった方針による証明については，第 2 巻 2.12 節で解説する.

33. p.130, 問題 4.1.7 を次の問題に変更する (この問題は 2 章にあった).

$G = \mathrm{SO}(n), V = \mathbb{R}^n$ とし，V 上で通常の内積による長さ (つまり $\boldsymbol{x} = [x_1, \ldots, x_n] \in \mathbb{R}^n$ に対し $\|\boldsymbol{x}\| = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}$) を考える. G は $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ の部分群なので，V に作用する. このとき，$\boldsymbol{x} = [x_1, \ldots, x_n], \boldsymbol{y} = [y_1, \ldots, y_n] \in V$ で $\|\boldsymbol{x}\| = \|\boldsymbol{y}\|$ なら，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ は同じ軌道に属することを証明せよ.

略解のヒントを「$\boldsymbol{x} = [1, 0, \ldots, 0]$ の場合に帰着して考えると，考えやすい.」とする.

34. p.131, 問題 4.1.14(2). $z \to gz$ を $z \mapsto gz$ とする.

35. p.132, 問題 4.2.2 (2), S_5 を $\mathfrak{S}_5$ とする.

36. p.133, 問題 4.2.6, 4.2.7, $\mathfrak{S}_N$ を $\mathfrak{S}_n$ とする. A_N も A_n.

37. p.133, 問題 4.2.6 $\times\cdots\times$ となるべきところが 2 箇所.

38. p.133, 問題 4.3.1 (2) は「G を四元数群とするとき，$[i, j]$ を求めよ.」に変更.

39. p.135, 問題 4.5.6 (2), $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ を $\mathbb{Z}/30\mathbb{Z}$ とする.

40. p.135, 問題 4.5.8 を 4.1.16 の前に移す.
41. p.137, 問題 4.8.2 (2), 「のの」を「の」とする.
42. p.137, 問題 4.8.2, 4.8.3 は 4.6 節の最後に移す.
43. 落合さんから $, \cdots ,$ は $, \dots ,$ であるべきという指摘を受けて，確かにそうなのだが，日本評論社では，$, \dots ,$ ではなく $, \cdots ,$ を使うのがスタイルだそうだ. 数セミでも長年このスタイルを使ってきたそうである. 欧文なら $, \dots ,$ が標準だが，和文ではそのかぎりではないということだった. だからこれは変更しない.
44. p.138, 問題 4.8.3, 「したがって」以降はこの ϕ が内部自己同型ではないことを指摘したかっただけ. 「$\mathfrak{S}_6$ の内部自己同型は互換を互換に移すので，ϕ は外部自己同型である.」とでもしようか.

    この問題は作題するのに果てしなく時間がかかった. とにかく明示的に外部自己同型を一つ与えたかった.
45. p.141, l.5, 「δ,」 を 「δ かつ」とする.
46. p.141, 1.2.2, 「ベクトル空間」と「単なる集合としてのベクトル空間」は違うものであるということをわかってもらいたかった.
47. p.146, 4.1.6 答えと解答例
48. p.146, 4.1.9 (2) $= [y_1, y_2]$ を削除.
49. p.147, 4.2.2 (2) 「$\S_5$ での共役類と異なるのは，$(1\,2\,3\,4\,5), (1\,3\,4\,5\,2)$ の共役類.」と追加.
50. p.147, 4.2.4 (1) 最後を $Z_\sigma = \langle (1\,2), (3\,4) \rangle$ とする.
51. p.151, 4.7.1, 「シロー 3」を「シロー p」とする.
52. p.155, l.-10, exterior automorphism → outer automorphism
53. p.155, l.-15, conjugate class → conjugacy class
54. p.156, quarternion → quaternion
55. p.157, アメリカでほとんど linear map ということを聞いたことがなかったので，線形写像も linear transformation と訳した. 本をいくつか調べてみようか. Lang では linear map, Artin では linear trasformation. 数学科向けでない教科書ではほとんど linear transformation なので，このままにします.
56. 単純群の仮定から非可換性をはずすのは他にも影響するので，もう少し考えます.

57. p.295, 問題 2.9.5 の解答,「すべての部分群が正規部分群.」と変更.

第 4 刷の正誤表

1. p.21, 例 2.1.5 最後の行 $\mathbb{Z}\setminus\{0\}$ を $\mathbb{Z}\setminus\{0\}(\neq \mathbb{Z}^\times)$ と変更. (訂正もれ)
2. p.31, l.11, この群のことを $\mathrm{Sp}(2n,\mathbb{R})$ と書く流儀もある → この群のことを $\mathrm{Sp}(2n)$ と書く流儀もある
3. p.141, l.5, 「δ, かつ」 を 「δ かつ」にする.

第 5 刷の正誤表

1. 定理 2.4.8「q を $p_1\cdots p_N+1$ の最少の正の約数とすると，q は素数で $p_1,\ldots,p_N$ と異なる．よって，q は新たな素数となり，矛盾である．」とする.
2. 定義 2.5.18 (1), 群 G の同型 → 群 G の自己同型, 内部自己同型でない同型 → 内部自己同型でない自己同型
3. 例題 2.10.12 で $2G=\{2g \mid g\in G\}$ と変更.
4. 演習問題 4.5.3 の解答で 44 を除く。

第 6 刷の正誤表

1. p.44, p.-6, $g,h\in G$ を $g,h\in G_1$ と変更.
2. p.45, (2.5.17), $gh_1gg^{-1}h_2g^{-1}$ を $gh_1g^{-1}gh?2g^{-1}$ と変更.
3. p.68, l.-9, 間違いではないが,「H が位数 2 の部分群なら」→「H が $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ の位数 2 の部分群なら」とする.

第 7 刷の正誤表

1. p.143, l.4, (2) のヒントを削除.

第 10 刷の正誤表

1. p.126, l.6,7, 各辺の中点 → 各面の中心
2. p.1447, 4.1.14 の答え，(3) x を $x/\sqrt{y}$ に変更.
3. p.151, 4.8.1 の答え，$\mathbb{Z}/300\mathbb{Z}$ を $\mathbb{Z}/150\mathbb{Z}$ に変更.

第 12 刷の正誤表

1. p.93, l.-7, $[G:G_x]\to(G:G_x)$

2. p.100, l.7, 証明 $\to$ 解答

3. p.105, l.-5 $\{gx \mid g \in G, s \in S\} \to \{gx \mid g \in G, x \in S\}$

4. p.6, l.10, $f^{-1}(b)$ は B の部分集合 $\to$ $f^{-1}(b)$ は A の部分集合

5. p.94, l.-12, $[H : gHg^{-1}]$ を $(H : gHg^{-1})$ と変更.

6. p.144, 2.8.1 の答えで S_5 は S_4 と変更.

7. p.40,l.4, q を 1 より大きい $p_1 \cdots p_N + 1$ の最小の正の約数とすると，q は素数である．

8. p.148, 4.5.2 (2), $\{\langle\tau\rangle, \langle\sigma^2\tau\rangle\}$, $\{\langle\sigma\tau\rangle, \langle\sigma^3\tau\rangle\}$, $\{\langle\sigma^2\rangle\}$. $\langle\tau\rangle$, $\langle\sigma\tau\rangle$, $\langle\sigma^2\rangle$ が代表元

第 13 刷の正誤表

1. p.148, 4.5.2 (2) の答え $\{\langle\tau\rangle, \langle\sigma^2\tau\rangle\}$, $\{\langle\sigma\tau\rangle, \langle\sigma^3\tau\rangle\}$, $\{\langle\sigma^2\rangle\}$ で $\langle\tau\rangle$, $\langle\sigma\tau\rangle$, $\langle\sigma^2\rangle$ が代表元