# 「すべての人の微分積分学」正誤表

## 目次

# 『すべての人の微分積分学（１刷，２刷）』正誤表

$\boxed{\text{1 刷をお持ちの方へ}}$

**p.12** 例題 1.3 の 2 行上．等号「＝」の次に $\lim_{n\to\infty}$ を挿入．

**p.14** 問題 1.3(4)(5)．問題文の末尾に「$(a \geq 0)$」を追加．

**p.45** 3.2 解答 (5).「３次」→「３次以下」

**p.45** 3.3 解答 2 行目．$\frac{f(n)}{n^k}$，$\frac{g(n)}{n^l}$ $\to \frac{|f(n)|}{n^k}$，$\frac{|g(n)|}{n^l}$

**p.45** 同 5 行目．$\frac{f(x)+g(x)}{n^k} = \frac{f(n)}{n^k} + \frac{g(n)}{n^l} \times \cdots \to \frac{|f(n)+g(n)|}{n^k} \leq \frac{|f(n)|}{n^k} + \frac{|g(n)|}{n^l} \times \cdots$

**p.45** 同 7 行目．$\frac{f(x)+g(x)}{n^k} \to \frac{|f(n)+g(n)|}{n^k}$

**p.45** 3.3(2) の解答「正しい」→「正しくない」

**p.45** 下から 4 行目．$\frac{f(n)}{n^k} \to \frac{|f(n)|}{n^k}$

**p.45** 最下行 $\frac{f(x)n^l}{n^{k+l}} = \frac{f(n)}{n^k} \leq C$，$\to \frac{|f(n)n^l|}{n^{k+l}} = \frac{|f(n)|}{n^k} \leq C$，

**p.45** 最下行 $\frac{f(x)}{n^l \cdot n^{k-l}} = \frac{f(n)}{n^k} \leq C \to \frac{|f(n)|}{n^l \cdot n^{k-l}} = \frac{|f(n)|}{n^k} \leq C$

**p.46** 1 行目　$l\frac{f(n)}{n^l} \to \frac{f(n)}{n^l}$

**p.60** 最下行．$\int_{-1}^{1} x^2 dx + \int_{1}^{3} x^2 dx = \int_{1}^{3} x^2 dx \to \int_{-1}^{1} x^3 dx + \int_{1}^{3} x^3 dx = \int_{1}^{3} x^3 dx$

**p.108** 2 行目．$f_1(x+1) \to f_1(x+\frac{1}{3})$

以上の修正のほか，次頁以降の修正もご適用下さい．

2 刷をお持ちの方は，以下をご訂正ください

# 本文の訂正

**p.21** 最下行．最後の項．$+n \to -n$

**p.22** 1 行目．最後の項．$+1 \to -1$

**p.22** $--6\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+4\frac{n(n+1)}{2}+n \to -6\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-4\frac{n(n+1)}{2}-n$

**p.26** 等号の前に，閉じカッコ「 )」をもう一つ挿入.

**p.35** 下から 3 行目.「表れて」→「現れて」

**p.49** 定理 4.1 の囲みの右下隅に「(p.344 を参照)」を挿入．p.344 の最上部に「● p.49 の注（改行）定理 4.1 で用いた記号 $O(x^2)$ は「$x$ の 2 次以下の式」という意味であり，正確な定義は第 7 章で与えられる.」を入れる.

**p.239** 最下部の 3 行．カッコ内の $x$ を $y$ に訂正（3 か所）

**p.291** 下から 8 行目.「対し」→「に対し」

**p.296** 定理 23.4 証明の 2 行目．$R \to \left|\frac{c_{n-1}}{c_n}\right|$

**p.304** 2 行目.「微分可能」→「$n$ 回微分可能」

## 演習問題・解答の訂正

**p.30** 2.4 の解答 2 行目「$(1^5-0^5)+$」を削除し，後半の $0^5$ を $1^5$ に変更.

**p.45** 3.3，3.4 の $f(x)$, $g(x)$ をすべて $f(n)$, $g(n)$ に変更.（計 6 か所）

**p.57** 最下行．$\int_{-a}^{a} f(x) = 2\int_0^a f(x)x \to \int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$

**p.58** 3 行目．$\int_{-a}^{a} f(x) = 0 \to \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

**p.60** 8 行目．$\int_{-a}^{0} f(x) = \int_0^a f(x) \to \int_{-a}^{0} f(x)dx = \int_0^a f(x)dx$

**p.60** 10 行目．$2\int_0^a f(x) \to 2\int_0^a f(x)dx$

**p.60** 下から 8 行目．$\int_{-a}^{0} f(x) = -\int_0^a f(x) \to \int_{-a}^{0} f(x)dx = -\int_0^a f(x)dx$

**p.68** 5.2.「不定積分」 → 「定積分」

**p.170** 1 行目「$x \geq 0$」→「$x > 0$」

**p.171** (4) の増減表から $-\sqrt[3]{2} \leq x < -1$ の部分を削除．$x = -1$ のときの中段の 0 を $-$ に変更

**p.184** (3) の表．$x = 0$ での $f''$ の符号：「０」→「－」

**p.185** (5) の 3 行目.「漸近線は $x = \pm 1$.」→「$x = \pm 1$ は漸近線．また $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ より $y = 1$ も漸近線」

**p.185** (5) の表．$x \to \infty$ での $f$ の値：「０」→「１」

**p.185** (6) の 3 行目.「漸近線：なし.」を削除（$y = \pm x$ が漸近線だが，解法は本書の範囲外なので本ファイル末尾に「発展学習」として解説）

**p.188** (5) のグラフ．漸近線 $y = 1$ と，その $y$ 切片の「１」を加筆

**p.191** 15.5(3) $y''$ の式の末尾の指数：「$\frac{3}{2}$」 → 「3」

**p.209** 16.7(5) 第 2 項「$e^{4x}$」 → 「$e^{2x}$」

**p.209** 16.8(2) 「漸近線なし」 → 「漸近線は $x$ 軸」

**p.210** 16.8(4) 増減表の右端の $y'$ と $y''$. 「$\infty$」→「0」

**p.210** 下から1行目．$y = x^2$ の後に 「$(x > 0)$」を追加．

**p.211** (9) の3行目.「漸近線：なし.」を削除（$y = x$ が漸近線だが，解法は本書の範囲外なので本ファイル末尾に「発展学習」として解説）

**p.231** 17.5 (5) 2行目．$\int \frac{1}{2} \cdots \to -\int \frac{1}{2} \cdots$

**p.233** 17.5 (5) $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{2}\sin x + C \to -\frac{1}{10}\sin 5x + \frac{1}{2}\sin x + C$

**p.234** 17.7 (5) $\frac{\pi}{4} + \frac{\log 2}{2} \to \frac{\pi}{4} - \frac{\log 2}{2}$

**p.245** 18.5(4) の1行目.「$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$」→「実数全体」

**p.246** 1行目.「極小値は原点」→「極小値は $f(0) = 0$」

**p.246** 6行目.「極値は原点」→「極小値は $f(0) = 0$」

**p.246** 下から3行目.「$\sin^{-1} x$」→「$-\sin^{-1} x$」

**p.246** 下から2行目.「$\cos^{-1}(-x) + 3\pi$」→「$\cos^{-1} x + 3\pi$」

**p.246** 下から2行目.「$4\pi - \cos^{-1} x$」→「$4\pi - \cos^{-1}(-x)$」

**p.255** 4行目．$\frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+1} \to \int \left( \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+1} \right) dx$

**p.256** 2行目．(9) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{2(x+1)} \to \frac{1}{3(x-2)} - \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{6(x+1)}$

**p.256** 最下行．冒頭の分子の $2a$ を 2 に変更（$a$ を削除）

**p.265** 20.1(4). 解答中の $\log x \to \log |x|$

**p.266** 20.5(4). 解答中，二つ目の $\frac{2}{n+2} \to \frac{1}{n+1}$

**p.298** 23.1(16) を削除（収束半径は1になるが，証明は本書の範囲外）

**p.298** 23.3 問題文1行目 $1 - x + x^2 - \cdots \to 1 - x + x^2 - \cdots + (-x)^{n-1}$

**p.299** 2行目．(16) を削除

**p.299** 23.2(1) $2^k x^k \to 2^k x^n$

**p.299** 23.2(2) $kx^k \to kx^n$

**p.299** 23.3 1行目 $1 - x + x^2 - \cdots \to 1 - x + x^2 - \cdots + (-x)^{n-1}$

**p.302** 1 行目.「微分可能で $f'(x)$ も連続」→「2 階微分可能」

**p.313** 1 行目．24.3 の解答 $f$ の肩．微分の階数を括弧で囲む（7 か所）

**p.313** 24.4 の解答の中辺 $\sum_{n=0}^{\infty} \to \sum_{n=1}^{\infty}$

**p.326** 25.1(9) $\lim_{x\to 0} \to \lim_{x\to +0}$

**p.326** 25.2(4) $\lim_{x\to -1} x^{\frac{1}{x+1}} \to \lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

**p.326** 25.3(2) $\sin x - x + \pi \to -\sin x - x + \pi$

**p.327** 25.2(2) $1 \to 0$

**p.327** 25.2(3) $\infty \to 0$

**p.337** 下から 2 行目.「極小値：$g(1) = 1$」→「極小値：なし」

# 誤りではないが改める予定のもの（2刷から3刷）

**p.13** 2行目.「極限値」→「極限」

**p.17** 2行目.「演習1.2(1)の $D$ の面積と同様に求めて，$10^3 \times \frac{1}{3} =$」を削除

**p.36** 2行目. $x \times x \cdots x \to x \times \cdots \times x$

**p.39** 3行目.「等号は」 → 「ここでの等号は」

**p.39** 下から6行目.「$\mathrm{deg} g_1 \neq \mathrm{deg} g_2$ ならば」を削除

**p.40** 3行目.「次数が異なるので」→「次数が異なる場合は」

**p.208** 16.4(9) 分母の $e^{-x}$ を $e^x$ とし，分子の $e^{-x}$ を削除.（約分を実行）

**p.210** (6)の2行目.「増減表は」→「増減表は不要だが，敢えて書けば」

**p.211** 1行目.「増減表は」→「増減表は不要だが，敢えて書けば」

**p.273** 21.3(5). $|\frac{e^x+1}{e^x}|$ を $\frac{e^x+1}{e^x}$ に修正（絶対値を削除）

**p.326** 25.3(7).「ただし $a$ は定数とする.」を追加

**p.335** 26.2(4). 文末に「ただし広義積分 $I$ の収束は仮定する.」を追加

**p.298** 23.4(1). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ である → 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束する

**p.298** 23.4(2). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ とはならない → 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束しない

**p.298** 23.4(3). $\sum_{n=0}^{\infty} a_n < \infty$ であるが，$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n| < \infty$ とならない
→ 無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ が収束するが，$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$ が収束しない

『すべての人の微分積分学（３刷)』正誤表

**p.246** グラフ (5)．グラフを縦長に（縦軸と横軸のスケールを同じに）

**p.246** グラフ (6)．グラフの曲がり具合を $x$ 軸にへばりつくように修正

**p.338** 一番下の左図．$y$ 切片 $\sqrt{3}$ を追加

**p.338** 一番下の左図．グラフを横長に（スケールを右図と同じに）

**p.338** 一番下の右図．グラフの線を太く（他の３図と同じに）

# 発展学習

ここでは，本文中で解説しきれなかったことや，本書の構成上の都合により，学習者に疑問が生じやすいと考えられる事項について補足的な解説をします．本項の内容は，改訂版（第2版）にて本文中に取り入れる予定です．

**p.39** 定理3.2で$O(g_1)+O(g_2)$という記述がありますが，このような「$O$記号どうしの和」が本書では未定義です．また，$O$記号が両辺にある数式の正確な意味も未定義です．これらを正確に述べるには，$f(n)=O(g(n))$の定義を「$f(n)$の次数が$\deg g$以下」という従来のものから一歩進め，「$f(n)$は，次数が$\deg g$以下の多項式の集合に属する」という形にする必要があります．すなわち，次数が$d$以下の多項式の集合を$P_d$と置くとき，$f(n)=O(g(n))$を$f \in P_{\deg g}$と定義するのです．そして「$O$記号どうしの和」は，各集合に属する元の和の集合，すなわち，$f(n)=O(g_1(n))+O(g_2(n))$の定義を，$f=f_1+f_2$ $(f_1 \in P_{\deg g_1}, f_2 \in P_{\deg g_2})$なる分解を持つことと定め，さらに，$O$記号が両辺にあるような等式$O(f(n))=O(g(n))$も，$P_{\deg f} \subset P_{\deg g}$（これは$\deg f \le \deg g$と同値）と定義します．このように，集合を用いて定義することにより，たとえば，$O(f_1(n))+O(f_2(n))=O(g_1(n))+O(g_2(n))$は$P_{\deg f_1}+P_{\deg f_2} \subset P_{\deg g_1}+P_{\deg g_2}$と定義できます（ただし$+$で記した集合の和とは，各集合に属する元の和の全体からなる集合を指す）．しかし本書では，集合の議論を持ち出すことによって急に難しく感じてしまう読者が多いだろうとの配慮から，解説は単純な次数の比較にとどめ，あとは読者の想像力で適宜$O$記号を用いてもらいたいと考えました．

**p.49** 定理4.1で用いている$O$記号は，変数が実数であるため第3章で定義した$O$記号の範囲に属さず，第7章の定義7.1で定義されます．ここで未定義の記号を用いた理由は，定理4.1では「$x \ge 1$」という条件があるため，$O(x^2)$は，第3章で導入した$O$記号と同じ意味となり「$x$の2次以下の式」を表すからです．そのため，読者はほとんど違和感を感じないだろうと判断し，このような構成にしました．しかし，理論的には定義7.1を定理4.1の前に置く方が良いと思われますので，次回の改訂の機会にはそのように修正したいと思います．

**p.182** 15.1(6) $y=\sqrt{x^2-1}$ の漸近線が $y=\pm x$ であることの証明.

グラフが $y$ 軸対称であるから，$x>0$ に制限して漸近線が $y=x$ であることを示す．$x\to\infty$ において，二つのグラフ $y=\sqrt{x^2-1}$ と $y=x$ の差を計算する.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2-1}-x&=\frac{(\sqrt{x^2-1}-x)(\sqrt{x^2-1}+x)}{\sqrt{x^2-1}+x}\\&=-\frac{1}{\sqrt{x^2-1}+x}\to 0\qquad(x\to\infty).\end{aligned}$$

あるいは，テイラー展開を用いた別解も可能.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2-1}-x&=x\left(\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}-1\right)\\&=x\left(\sum_{n=0}^{\infty}\binom{1/2}{n}\left(-\frac{1}{x^2}\right)^n-1\right)\\&=x\sum_{n=1}^{\infty}\binom{1/2}{n}\left(-\frac{1}{x^2}\right)^n\\&=O\left(\frac{1}{x}\right)\to 0\qquad(x\to\infty).\end{aligned}$$

以上より，二つのグラフは $x\to\infty$ で限りなく近づく.

**p.207** 16.8(9) $y=\log(x+e^x)$ の漸近線が $y=x$ であることの証明.

二つのグラフ $y=\log(x+e^x)$ と $y=x$ の差を計算する.

$$\begin{aligned}\log(x+e^x)-x&=\log\left(\frac{x+e^x}{e^x}\right)\\&=\log(1+xe^{-x})\\&\to\log(1+0)=0\qquad(x\to\infty).\end{aligned}$$

あるいは，テイラー展開を用いた別解も可能．

$$\begin{aligned}\log(x+e^x)-x &= \log\left(e^x\left(\frac{x}{e^x}+1\right)\right)-x \\ &= \log e^x+\log\left(\frac{x}{e^x}+1\right)-x \\ &= \log\left(\frac{x}{e^x}+1\right) \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(-\frac{x}{e^x}\right)^n \\ &= O\left(\frac{x}{e^x}\right)\to 0 \qquad (x\to\infty).\end{aligned}$$

以上より，二つのグラフは $x\to\infty$ で限りなく近づく．

**p. 309** 定理 24.5 の証明では，ラグランジュの剰余項 $R_n = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^n \to 0$ $(0 \leq c \leq x)$ を示す必要があります．その証明が本文に記載されておりませんので，以下に記します．

(24.12) について

$$R_n = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^n = \frac{e^c}{n!}x^n.$$

ここで，

$$\frac{x^n}{n!} = \frac{x}{n}\frac{x}{n-1}\frac{x}{n-2}\cdots\frac{x}{4}\frac{x}{3}\frac{x}{2}\frac{x}{1}$$

において，$x$ より大きな整数 $b$ を一つ取り，後半の $b$ 個の分数の積を $B$ とおく．$B = \frac{x^b}{b!}$ は定数（すなわち $n \to \infty$ で一定）．よって

$$\frac{x^n}{n!} = \frac{x}{n}\frac{x}{n-1}\frac{x}{n-2}\cdots\frac{x}{b+1} \times B.$$

前半の $n-b$ 個の分数は $\dfrac{b}{k}$ $(k \geq b+1)$ の形だから $\frac{x}{k} \leq \frac{x}{b+1}$．よって，$\frac{x^n}{n!} \leq B\left(\frac{x}{b+1}\right)^{n-b}$．したがって，$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x}{b+1}\right)^n = 0$. よって，$\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{n!} = 0$.

(24.13)(24.14) についても同様です．(24.15) は $|x| < 1$ の下では $\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{n} = 0$ であることからわかります．