

『幾何学いろいろ』 正誤表

2024.1.11

1 第2刷で行った訂正・修正のリスト

- [はじめに] 下から8行目.
また現在, 教員養成系の学部に勤務しているため,
を
また, 教員養成や教員研修に携わっていることから
に修正.
- [本書の使い方(本書での学び方)] p. iii: 5行目.
ベクトル・行列に関する知識も高等学校の範囲を超えるものについては, その都度説明をしたり,
附録にまとめてありますので, 意欲的な高校生でも読み始めることはできると思います.
を以下のように修正(高等学校数学から「行列」がなくなったため).
ベクトルに関する知識で高等学校の範囲を超えるものについては, その都度説明をしたり, 附録に
まとめてあります. 行列と一次変換について学んだことのある意欲的な高校生はこの本を読みす
められると思います.
- p. 8: 脚注 #13. 以下の文章に差し替え
René Descartes(1596–1650). 一説によると 1619 年 11 月 10 日の晩, ノイブルクの炉部屋で
「驚くべき学問の基礎」を見いだしたと言われています. デカルトの考えたことは, 図形を方程式
で表して研究する方法の萌芽といえます. デカルトとフェルマーによって切り開かれた「図形の
問題を座標を介して方程式の問題に帰着させて解く」という研究方法は解析幾何学とよばれます.
[54, 8 章] や [104, 第 4 講] をご覧ください.
- p. 10: ■ 定木とコンパス.
古代ギリシアのソフィスト (Sophist, 賢者) たちは「定木とコンパスのみが神聖な器具」である
と考え, それらのみを使った作図問題を考察しました.

と書きましたが, 訂正が必要です. ギリシア三大難問が「定規 (定木) とコンパスで作図でき
ない」ことは確かですが古代ギリシアの幾何学全体が「定木とコンパス」に限定されていた
ではありません (『どこにでも居る幾何』 p. 122 で訂正しています). より詳しくは斎藤憲,
「定規とコンパスの神話『ピレポス』 51c の翻訳をめぐる」, 科学史研究 37(1998), 89–92
を参照ください.

また

「定木は直線を引く道具」, 「目盛りをつけた定木をモノサシとか定規とよぶのです」

とありますがこれも要訂正です. 定規の平易な表記として定木が用いられるようになったそうです (片野善一郎, 『授業を楽しくする数学用語の由来』, 明治図書, 1988).

- p. 10: 脚注 #22

和算では勾股弦の定理とよばれていました. $\text{勾}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$.

を次のように訂正.

和算では鉤股弦の理とよばれていました. $\text{鉤}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$.

- p. 12: 脚注 #27: 次の文に差し替え.

コーシーの不等式とよぶ方が妥当ですが, シュワルツ (シュヴァルツ) の不等式とかコーシー・シュヴァルツの不等式とよばれています.

- p. 14: 演習 1.19. 不等式を修正.

修正前

$$d(P, Q) \leq \sqrt{n}d_1(P, Q) \leq \sqrt{n}d_\infty(P, Q) \leq d(P, Q).$$

修正後

$$\frac{1}{\sqrt{n}}d(P, Q) \leq d_\infty(P, Q) \leq d_1(P, Q) \leq \sqrt{n}d(P, Q).$$

- p. 20: 演習 1.29 の (2). $(c + d)\mathbf{a} = c\mathbf{a} + d\mathbf{b} \mapsto (c + d)\mathbf{a} = c\mathbf{a} + d\mathbf{a}$
- p. 23: 19 行目. “許されています”のあとに次の文章を挿入.

この約束により 2 点 P, Q 間の距離は $d(P, Q) = |\mathbf{p} - \mathbf{q}|$ と表せる.

- p. 30: 図 1.8. $\mathbf{c}$ と $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ のなす角は ϕ が正しい.
- p. 24: 図 1.4. 図中の E_1, E_2 をそれぞれ E_1, E_2 に.
- p. 31: 記号の修正. $\det(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ などのカンマをはずし $\det(\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c})$ に変更する.
- p. 32: 演習 1.51. (2)

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \times \mathbf{a}(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b} \mapsto (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} + (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \times \mathbf{a} + (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b}$$

- p. 32: 下から 2 行目. 解釈します. $\mapsto$ 解釈します (p. 39 参照).
- p. 32: 下から 1 行目. $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) \mapsto \mathbf{A} = (\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3)$
- p. 33, 2 行目. $\det(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ を $\det(\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \mathbf{a}_3)$ に変更.
- p. 33, 11 行目. $\det(\mathbf{A}) \mapsto \det(\lambda \mathbf{A})$
- p. 34, 15 行目. *Analysis* のあとに (1901) を追加.
- p. 43: 下から 2 行目.

$$(2.1) \text{ をみたく } \mapsto \mathbf{Ax} \cdot \mathbf{Ay} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} \text{ をみたく}$$

- p. 46, 15 行目.

符号が 1 の合同変換 $\mapsto$ 符号が 1 の等距離変換

- p. 54, 下から 11 行目. (または) 張る $\mapsto$ (または) 張る
- p. 55: 10 行目. $\triangle A'B'C' \cong_g \mapsto \triangle A'B'C' \cong_g$
- p. 57: EE'' を $E'E''$ に訂正.
- p. 64: 8 行目. “線分 PP'' と直交する” のあとに “ PP'' と ℓ の交点を Q とすると” を加筆.
- p. 65: 13 行目.

$$S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \mapsto S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

- p. 65: 演習 2.65 (3). $(2,1)$ を $\mapsto$ 点 $P(2,1)$ を
- p. 66: 1 行目. 点 $P(2,1)$ $\mapsto$ 点 P
- p. 66: 5 行目. R_{A_i} を R_A に訂正.
- p. 67: 下から 2 行目. 演習 2.67 を演習 2.66 に訂正.
- p. 68: 1 行目. 演習 2.68 を演習 2.67 に訂正.
- p. 68: 3 行目. ${}^t(1,1)$ を ${}^t(1,0)$ に訂正.
- p. 68: 6 行目.

$$x_1 = -x_1 + 1 \mapsto x_1 = -x_1$$

- p. 68: 11 行目.
この例のような平行移動の合成 $\mapsto$ この例のような鏡映とその軸に沿った平行移動の合成
- p. 69: 下から 4 行目. 0 でないを削除
- p. 70: 6 行目.

$$\Phi_\lambda(A) \mapsto \Phi_A(\lambda)$$

- p. 71: 下から 4 行目.

$$Au_3 \cdot v = Au_3 \cdot Av = u_3 \cdot v = 0$$

と “= 0” を追加する.

- p. 75: 脚注. 表せるとき, $\mapsto$ 表せるとき, すなわち
- p. 74: 定理 2.80.

$$0 \leq \phi \leq 2\pi, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi$$

を

$$0 \leq \phi < 2\pi, \quad 0 \leq \psi < 2\pi$$

に修正.

- p. 75: 休憩 2. 右翼から左翼 $\mapsto$ 左翼から右翼
- p. 75: 休憩 2. この座標系は左手系 $\mapsto$ この座標系は右手系
- p. 75: 休憩 2. 図 2.5 のキャプションをピッチ・ロール・ヨーに変更.
- p. 75: 脚注.

$$a = m_1 m_2 \cdots m_k, \quad a_1, a_2, \dots, a_k \in M.$$

を

$g = m_1 m_2 \cdots m_k$ と表す $m_1, m_2, \dots, m_k \in M$ が存在するとき

に修正.

- p. 76: 7 行目. $A_{\theta'} \mapsto l_{\theta'}$
- p. 76: 演習 2.84. $A(\pi - \phi, \theta, \pi - \psi)$ を $A(\pi - \psi, \theta, \pi - \phi)$ に訂正.
- p. 78: 脚注 #43. [52, p. 98–101] を [52, pp. 98–101] に訂正.
2 重被覆群であることが導けます. $\mapsto$ 2 重被覆群であることが導けます ([106, 3 章] 参照).
- p. 78: 演習 2.88. 右の行列を

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

に訂正.

- p. 80: 脚注 14. ボリヤイをボヤイに変更.
- p. 91: 演習 3.40. 児童を生徒に訂正.
- p. 92: 脚注 #18

『天文対話』は岩波文庫から邦訳が出ています.

を次のように修正.

『二大世界系対話』(『天文対話』)は岩波文庫から邦訳が出ています.

- p. 93: 4 行目. $(x_1 - y_2)^2 \mapsto (x_2 - y_2)^2$
- p. 99: 2 行目. $O(2)$ は G の $\mapsto O(2)$ は H の
- p. 126: 11 行目. [86, 間奏曲 IV] を削除.
- p. 129: 命題 4.48 の主張の式

$$\int_I (f \circ T_{\mathbf{p}})(\mathbf{x}) \mapsto \int_I (f \circ T_{\mathbf{p}})(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \text{ に修正.}$$

- p. 133: 定理 4.55. 3 番目の $g(t)$ を次のように修正.

$$g(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t & 1 \\ 1 & t^2/2 & 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ t & 1 & 1 \\ t^2/2 & t & 1 \end{pmatrix}$$

- p. 135: 7 行目.

$$g(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & -\sin t & 0 \\ 0 & \sin t & \cos t & 0 \\ ht & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto g(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & -\sin t & 0 \\ 0 & \sin t & \cos t & 0 \\ ht & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- p. 136: 18 行目.

$$\det(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) \mapsto \det(\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2)$$

- p. 136: 20, 22, 23, 24 行目.

$$\det\left(\frac{d\mathbf{p}}{ds}, \frac{d^2\mathbf{p}}{ds^2}\right) \mapsto \det\left(\frac{d\mathbf{p}}{ds} \ \frac{d^2\mathbf{p}}{ds^2}\right)$$

- p. 137: 6 行目.

$$A(s) = (\mathbf{a}_1(s), \mathbf{a}_2(s)) \mapsto A(s) = (\mathbf{a}_1(s) \ \mathbf{a}_2(s))$$

- p. 137: 7 行目.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\kappa(s) & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -\kappa(s) \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- p. 137: 18 行目.

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \mapsto (\mathbf{a} \ \mathbf{b})$$

- p. 139: 3 行目.

曲線や曲面, あるいはもっと高次元の対象 (多様体とよばれるもの) の合同変換で不変な性質の研究を **曲線と曲面の微分幾何**

を

曲線や曲面の合同変換で不変な性質の研究を **曲線と曲面の微分幾何**

に差し替え.

- p. 141: 11 行目.

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{p}(s; t) = g(s; t) \mathbf{N}(s; t) + f(s; t) \mathbf{T}(s; t) \mapsto \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{p}(s; t) = f(s; t) \mathbf{N}(s; t) + g(s; t) \mathbf{T}(s; t)$$

- p. 141: 下から 10 行目.

$$\frac{d\mathbf{p}}{du} \cdot \mathbf{q}(u) + \mathbf{p}(u) \cdot \frac{d\mathbf{q}}{du} \mapsto \frac{d\mathbf{p}}{du}(u) \cdot \mathbf{q}(u) + \mathbf{p}(u) \cdot \frac{d\mathbf{q}}{du}(u)$$

- p. 142: 15 行目.

$$\frac{\partial}{\partial t} F = \mathbf{V} \mapsto \frac{\partial}{\partial t} F = F \mathbf{V}$$

- p. 143: 下から 7 行目.

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{p}(s; t) = f(s; t) \mathbf{a}_1(s; t) + g(s; t) \mathbf{a}_2(s; t) \mapsto \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{p}(s; t) = g(s; t) \mathbf{a}_1(s; t) + f(s; t) \mathbf{a}_2(s; t)$$

- p. 143: 下から 5 行目.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\kappa(s) & 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -\kappa(s) \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- p. 144: 1 行目.

$$V_t - U_s + [U, V] = O \mapsto V_s - U_t + [U, V] = O$$

- p. 144: 3 行目.

$$\kappa_t = \frac{1}{3} (\partial_s^4 + 5\kappa\partial_s^2 + 4\kappa_s\partial_s + \kappa_{ss} + 4\kappa^2 + 2\kappa_s + \partial^{-1}(\kappa\cdot)) f$$

を次のように訂正.

$$\kappa_t = \frac{1}{3} (\partial_s^4 + 5\kappa\partial_s^2 + 4\kappa_s\partial_s + \kappa_{ss} + 4\kappa^2 + 2\kappa_s\partial^{-1}(\kappa\cdot)) f$$

- p. 144: 5 行目.

$$h_s = (\kappa f)_s \mapsto h_s = \kappa f$$

- p. 144: 7 行目. 沢田 $\mapsto$ 澤田
- p. 144: 10 行目.

$$p_t = -\frac{1}{2}\kappa^2 a_1 - \kappa_s a_2 \mapsto p_t = (\kappa_{ss} - \kappa^2) a_1 - 3\kappa_s a_2$$

- p. 146: 14 行目.

$$\frac{\partial}{\partial t} p(\theta; t) = g(\theta; t) N^{\text{Sim}}(\theta; t) + f(\theta; t) T^{\text{Sim}}(\theta; t).$$

を次のように訂正.

$$\frac{\partial}{\partial t} p(\theta; t) = f(\theta; t) N^{\text{Sim}}(\theta; t) + g(\theta; t) T^{\text{Sim}}(\theta; t).$$

- p. 145: 22 行目.

$$-N^{\text{Sim}}(x; t) + u(x; t) T^{\text{Sim}}(x; t) \mapsto -N^{\text{Sim}}(x; t) - u(x; t) T^{\text{Sim}}(x; t)$$

- p. 146: ■ さらに学ぶために ■

次の文章に差し替え.

ソリトン方程式については [92], [95] から読み始めるとよいでしょう. この付録でとりあつかったような種々のクライン幾何における平面曲線の時間発展とソリトン方程式の関連については [103] で解説してあります. ソリトン方程式と曲面の幾何学については [19], [20], [66], [105] を紹介しておきます.

- p. 149: 15 行目. S^n を S^{n-1} に訂正.
- p. 151: 脚注 6. 『ピアジェの認識心理学』の発行年を追加. 1965.
- p. 163: 下から 3 行目. $d(f(x), f(a)) \mapsto d'(f(x), f(a))$
- p. 164: 11 行目. $d(f(x), f(a)) \mapsto d'(f(x), f(a))$
- p. 171: 9 行目. “などと表す”の後に次の文を挿入.

$X = Y$ のとき, f は X 上の変換であるという. Y が数の集合 (たとえば $\mathbb{R}$ や $\mathbb{C}$) のとき f を X 上の関数とよぶことが多い.

- p. 174: 環の定義 (2) を訂正.

R から 0 を除いて得られる集合を $R^\times$ で表すと $R^\times$ は第 2 の演算に関し半群をなす. 第 2 の演算を乗法とよぶ $\mapsto R$ は第 2 の演算に関し半群をなす. 第 2 の演算を乗法とよぶ (補足説明) 環の定義に

(4) 乗法の単位元をもつ. それを 1 で表す.

を加えている本が多いことを注意しておきます. その際には準同型写像の定義に「乗法の単位元を乗法の単位元にうつす」を加えます.

- p. 174: 脚注. #17 を削除.
- p. 175: 6 行目. 環 R において $R^\times$ が乗法に関し群をなすとき, R を斜体 (skew field) とよぶ. $\mapsto$ 環 R から 0 を除いて得られる集合を $R^\times$ で表す. $R^\times$ が乗法に関し群をなすとき, R を斜体 (skew field) または可除環とよぶ.
- p. 184: 演習 1.19.

$$d_\infty(P, Q) \leq \sqrt{n}d_1(P, Q) \text{ を得る } \mapsto d_\infty(P, Q) \leq d_1(P, Q) \text{ を得る}$$
- p. 184: 演習 1.19. 定義 6.50 $\mapsto$ 命題 6.51
- p. 186: 演習 1.51. $\det$ の中のカンマをはずす.
- p. 186: 演習 2.13. (2) $1 \mapsto$ (2) 2.5 節 (2.5) より $1 =$
- p. 187: 演習 2.25, 2.26. $\mathbf{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \mapsto \mathbf{n} = (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})/4$
- p. 187: 演習 2.25, 2.26. $78/3 \mapsto 76/3$
- p. 187: 演習 2.29. $(2a+b)(a+b) \mapsto (2a+b)(3a-b)$
- p. 187: ふたつめの演習 2.29 を 2.30 に訂正.
- p. 187: 演習 2.30. (1) $(\mathbf{p} \cdot \overrightarrow{OA})(\mathbf{p} \cdot \overrightarrow{OB}) < 0 \mapsto (\mathbf{p} \cdot \overrightarrow{OA})(\mathbf{p} \cdot \overrightarrow{OB}) < 0$
- p. 187: 演習 2.30

$$a - b + c > 0, \quad 3a - b - c < 0 \mapsto 3a - b - c < 0, \quad a - b + c > 0$$

- p. 187: 演習 2.34

$$S(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \mapsto S(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{n-1}$$

- p. 188: 演習 2.56. (2)

$$S^2 \leq \sigma \left(\frac{(\sigma - a)(\sigma - b)(\sigma - c)}{3} \right) \mapsto S^2 \leq \sigma \left(\frac{(\sigma - a) + (\sigma - b) + (\sigma - c)}{3} \right)$$

- p. 188: 演習 2.57.
 非減少 $\mapsto$ 非増加
- p. 188, 演習 2.65.

$$A(m) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 1 - m^2 & 2m \\ 2m & m^2 - 1 \end{pmatrix} \mapsto A(m) = \frac{1}{1 + m^2} \begin{pmatrix} 1 - m^2 & 2m \\ 2m & m^2 - 1 \end{pmatrix}$$

- p. 188: 演習 2.67. 計った $\mapsto$ 測った
- p. 188: 演習 2.67. (角は $\theta_2/2$) $\mapsto$ (ℓ から n に測った角を $\theta_2/2$)
- pp. 188–189: 演習 2.67. ℓ と m は平行でない $\mapsto m$ と n は平行でない
- p. 189: 演習 2.67. ℓ と m の交点 $\mapsto m$ と n の交点

- p. 189: 演習 2.70.

$$f(A) = R_P(2\pi/3)(R_R(2\pi/3)(\textcolor{red}{B})) = R_P(2\pi/3)(\textcolor{red}{C}))$$

を次のように訂正.

$$f(A) = R_P(2\pi/3)(R_R(2\pi/3)(\textcolor{blue}{C})) = R_P(2\pi/3)(\textcolor{blue}{B}))$$

- p. 189: 演習 2.70. 演習 2.68 より $\mapsto$ 演習 2.69 より
- p. 189: 演習 2.71. (1) で $T_{\textcolor{red}{2}\overrightarrow{BA}}$ を $T_{\textcolor{blue}{2}\overrightarrow{BA}}$ に修正.
(1) の解答のあとに (中点連結定理) を追加.
四角形 PQRS が平行四辺形であれ~~が~~よい $\mapsto$ 四角形 ABCD が平行四辺形であれ~~ば~~よい
 $s_P \circ s_Q \circ s_R \circ s_S$ を $s_A \circ s_B \circ s_C \circ s_D$ に訂正.
- p. 189: 演習 2.39 の解答.

$$A\mathbf{u}_2 = a_{22}\mathbf{u}_2 + a_{32}, \quad A\mathbf{u}_3 = a_{23}\mathbf{u}_2 + a_{33}$$

を

$$A\mathbf{u}_2 = a_{22}\mathbf{u}_2 + a_{32}\textcolor{blue}{u}_3, \quad A\mathbf{u}_3 = a_{23}\mathbf{u}_2 + a_{33}\textcolor{blue}{u}_3$$

に訂正.

- pp. 190–191: 演習 2.39 の解答.
解答を通じて α を ∞ に修正.
- p. 191: 9 行目. $\triangle_2 / \sim$ は $\hat{\triangle}_2 / \sim$ に $\mapsto \hat{\triangle}_2 / \infty$ に
- p. 197: [22]. 『線型代数 [改訂版]』, 2015 に up-date
- p. 200: [86] を次のように変更.
砂田利一, 『現代幾何学への道. ユークリッドの蒔いた種』, 岩波書店, 2010.
- p. 201. [102] のあとに以下の文献を追加.
[103] 井ノ口順一, 『曲線とソリトン』, 朝倉書店, 2010.
[104] 井ノ口順一, 『どこにでも居る幾何』, 日本評論社, 2010.
[105] 井ノ口順一, 『リッカチのひ・み・つ』, 日本評論社, 2010.
[106] 井ノ口順一, 『曲面と可積分系』, 朝倉書店, 2015.
[107] エウクレイデス全集. 第 1 巻, 原論 I–IV, 斎藤憲・三浦伸夫 [訳], 東京大学出版会, 2007.
[108] 斎藤憲, 『ユークリッド『原論』とは何か』, 岩波科学ライブラリー, 2008.

2 第2刷の追加修正

- p. 48: 下から4行目: $\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^3$
- p. 56: 12行目最後: OE' を $\text{E}'\text{O}$ に修正.
- p. 57: 4行目: $\text{E}(n)$ が存在する $\mapsto \text{E}(n)$ が存在する
- p. 57: 8行目: 「仮定より “ ” の “ ” を削除.
- p. 63: 4行目: (x, y) を $(x \ y)$ に修正.
- p. 72 演習 2.78: $\mathbf{u}_2$ を軸とする回転の表現行列を

$$\begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$

と修正.

- p. 73: 3行目: 行列 A を修正:

$$A = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ -\sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto A = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- p. 73: 式 (2.6):

$$l_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \mapsto l_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

と修正.

- p. 75: 休憩 2: 2行目: $\text{rool} \mapsto \text{roll}$
- p. 76 命題 2.82 (1) の証明の最後, 「 $\sin \beta = \sin \alpha = 0$. すなわち $\alpha = \beta = 0$ 」を以下のように加筆.

$\sin \beta = \sin \alpha = 0$ より α, β は 0 または π . もし $\alpha = \beta = \pi$ ならば $A_\pi l_\theta A_\pi = l_{\theta'}$ を計算すると $\cos \theta = \cos \theta'$ かつ $\sin \theta = -\sin \theta'$ を得るが $0 \leq \theta \leq \pi$ より, これら 2 式を同時にみたすことはできない. 同様に $\alpha = 0$ かつ $\beta = \pi$ もありえない. また $\alpha = \pi$ かつ $\beta = 0$ もありえない. 以上より $\alpha = \beta = 0$.

- p. 76: 15行目: 証明終りの $\square$ を追加.
- p. 83: 定義 3.10: $\text{SA}^\pm(n)$ を $\text{EA}(n)$ に変更.
- p. 83: 定義 3.11: $d(f(\mathbf{p}), f(\mathbf{p})) \mapsto d(f(\mathbf{p}), f(\mathbf{q}))$
- p. 87: 例 3.22: $\text{SA}^\pm(n)$ を $\text{EA}(n)$ に変更.
- p. 87: 例 3.23: アフィン幾何では点・直線・角は不変 $\mapsto$ アフィン幾何では点・直線は不変
- p. 88: 脚注 #11 (707?–130??) を (70?–130??) に訂正.
- p. 128: 9行目: $a = x_0 < x_2 \mapsto a = x_0 < x_1$

- p. 128: 11 行目: $\Delta_{\ell} \mapsto \Delta_n$
- p. 128: 15 行目: $\Delta_{\ell} \mapsto \Delta_n, m_{\ell} \mapsto m_n$
- p. 128: 定義 4.47: $\{\xi_j\}_{j \in \mathcal{K}(\Delta)}$ を $\xi = \{\xi_j\}_{j \in \mathcal{K}(\Delta)}$ に修正.
- p. 128: 下から 2 行目: $\sigma(f; \Delta, \xi) \mapsto \sigma(f; \Delta; \xi)$
- p. 129: 補題 4.49:

$$f^*(x) = \begin{cases} f(x), & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \mapsto f^*(x) = \begin{cases} f(x), & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

- p. 131: 系 4.53:

$$\sum_{i=1}^{\ell-1} \left(\bigcup_{k=1}^i A_k \cap A_{i+1} \right) \mapsto \sum_{i=1}^{\ell-1} \text{vol} \left(\bigcup_{k=1}^i A_k \cap A_{i+1} \right)$$

- p. 148: 定義 6.3:
“ $V \subset \mathbb{R}^n$ の一点 a に対し” を “ $V \subset \mathbb{R}^n$ とする. 一点 $a \in \mathbb{R}^n$ に対し” と訂正.
- p. 170: A.1.2:

$$X \setminus A = \{x \in A \mid x \notin A\} \mapsto X \setminus A = \{x \in X \mid x \notin A\}$$

第 2 刷の修正と補足説明

- p. 92: 例 3.41 および演習 3.42: ガリレイ幾何: この例では

$$X = \{(t, \mathbf{q}) \mid t \in \mathbb{R}, \mathbf{q} \in \mathbb{R}^3\}$$

上で群 $G = \text{O}(3) \times \mathbb{R}^3 = \{(A, \mathbf{v}) \mid A \in \text{O}(3), \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3\}$ の作用

$$\rho((A, \mathbf{v}), (t, \mathbf{q})) = (t, A\mathbf{q} + t\mathbf{v})$$

を考察している (大森 [61, p. 165] 参照). 例 3.41 では G をガリレイ変換群とよんだが, 正確には G は**斉次ガリレイ変換群** (homogeneous Galilean group) とよばれる.

X の点を**事象**とよぶ. 2 つの事象 $(t_1, \mathbf{q}_1)$ と $(t_2, \mathbf{q}_2)$ に対し

$$\tau((t_1, \mathbf{q}_1), (t_2, \mathbf{q}_2)) = |t_1 - t_2|$$

を**時間間隔**とよぶ. $\tau((t_1, \mathbf{q}_1), (t_2, \mathbf{q}_2)) = 0$ のとき $(t_1, \mathbf{q}_1)$ と $(t_2, \mathbf{q}_2)$ は**同時**であると定める.

G の作用で

$$\mathcal{S} = \{(0, \mathbf{q}) \in X\}$$

は不変である. この事実を「 G の作用で空間は不変である」と言い表す. $\mathcal{S}$ を**絶対空間**とよぶ. より一般に各 $t_0 \in \mathbb{R}$ に対し

$$\mathcal{S}_{t_0} = \{(t_0, \mathbf{q}) \in X\}$$

も G の作用で不変であり、時刻 t_0 における**絶対空間**または**同時事象の空間**とよばれる。また G の作用で時間間隔は不変である。この事実を「 G の作用で時間は不変である」と言い表す。とくに事象 $(t, \mathbf{q})$ の時刻 t は保たれている。

同時事象の空間 $\mathcal{S}_{t_0}$ において $\mathbb{R}^3$ のユークリッド距離を用いて定まる

$$d((t_0, \mathbf{q}_1), (t_0, \mathbf{q}_2)) = \sqrt{(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \cdot (\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}$$

を同時事象 $(t_0, \mathbf{q}_1)$ と $(t_0, \mathbf{q}_2)$ の (ユークリッド) **距離** という。 G の作用は同時事象の空間 $\mathcal{S}_{t_0}$ 上では合同変換を与えている。

しかし G の X 上の作用は推移的ではない。推移的な作用を得るには G を次のように拡大しなければならない。

$$\text{Gali} = \text{O}(3) \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 = \{(A, s, \mathbf{v}, \mathbf{y}) \mid A \in \text{O}(3), s \in \mathbb{R}, \mathbf{v}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3\}$$

この群をあらためて**ガリレイ変換群**とよぶ。 Gali の X 上の作用は

$$\rho((A, s, \mathbf{v}, \mathbf{y}), (t, \mathbf{q})) = (t + s, A\mathbf{q} + t\mathbf{v} + \mathbf{y})$$

と修正される。この作用は X を

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{q} \\ 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R}, \mathbf{q} \in \mathbb{R}^3 \right\} \subset \mathbb{R}^5$$

と思えば直すと、見やすくなる。ガリレイ変換群 Gali は

$$\text{Gali} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & s \\ \mathbf{v} & A & \mathbf{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid A \in \text{O}(3), s \in \mathbb{R}, \mathbf{v}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 \right\} \subset \text{GL}_5\mathbb{R}$$

と表示できる。もとの群 G (斉次ガリレイ変換群) は

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{v} & A & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid A \in \text{O}(3), \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \right\} \subset \text{GL}_5\mathbb{R}$$

という部分群と捉えられる。

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & s \\ \mathbf{v} & E_3 & \mathbf{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid A \in \text{O}(3), s \in \mathbb{R}, \mathbf{v}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 \right\}$$

は**非等方ガリレイ変換群** (anisotropic Galilean group) とよばれる。また部分群

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{v} & A & \mathbf{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid A \in \text{O}(3), \mathbf{v}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 \right\}$$

は等時ガリレイ変換群 (isochronous Galilean group) とよばれる. 部分群

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & A & \mathbf{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| A \in O(3), \mathbf{y} \in \mathbb{R} \right\} \subset GL_5\mathbb{R}$$

は合同変換群 $E(3)$ である.

Gali の X 上の作用は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s \\ \mathbf{v} & A & \mathbf{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{q} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+s \\ A\mathbf{q} + t\mathbf{v} + \mathbf{y} \\ 1 \end{pmatrix}$$

と計算できる. Gali の作用は推移的でありクライン幾何を定める (これがガリレイ幾何).

$[0, \mathbf{0}, 1]$ における固定群 H は

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{v} & A & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| A \in O(3), \mathbf{v} \in \mathbb{R} \right\}$$

であるから $X = \text{Gali}/H$ を得る. Gali の作用で時間間隔は不変である.

- p. 191: 演習 3.42 の解答: ニュートンの運動方程式が G の作用で不変であることの証明は

拙著, 『1+3 次元の世界. 曲面から多様体・時空へ』, 現代数学社, 2023 (26.3 節)

を参照されたい. ガリレイ幾何についてより詳しくは同書の 26 章を参照.

第 1 版第 2 刷について, 青木和麻呂先生 (文教大学) から複数のご指摘をいただいた. 厚く御礼申し上げます.