

第3章 DSGE モデル

【練習問題】

解答

練習問題（1）解答

RBC モデルを再掲します。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\beta(\alpha-1)\alpha y/(k\gamma) & 1 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{c}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\delta+\alpha y/k & -c/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{c}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k \\ 0 \end{bmatrix} z_t \quad (3.8)$$

ここで、 z_t が i.i.d. でなく

$$z_t = \rho z_{t-1} + \sigma_z \varepsilon_t$$

を仮定しましょう。この場合、線形化されたオイラー方程式は下記になります。

$$\hat{c}_t - E_t \left(\hat{c}_{t+1} - \frac{\beta\alpha(\alpha-1)y}{k\gamma} \hat{k}_{t+1} - \frac{\beta\alpha y \rho}{k\gamma} z_t \right) = 0$$

したがって、(3.8)式に相当する数式は下記のようにになります。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\beta\alpha(\alpha-1)y/(k\gamma) & 1 \end{bmatrix} E_t \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{c}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\delta+\alpha y/k & -c/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{c}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y/k \\ \beta\alpha y \rho/(k\gamma) \end{bmatrix} z_t$$

固有値分解法を用いると、p.110 の(3.20)式を参考にとすると、

$$E_t[z_{t+1}^2] = \lambda_2 z_t^2 + c'_2 z_t \quad (A3.1)$$

が得られます。このとき、 $\lambda_2 > 1$ であることに注意してください。(A3.1)式を変形すると、

$$z_t^2 = \frac{1}{\lambda_2} E_t[z_{t+1}^2] - \frac{c'_2}{\lambda_2} z_t$$

これをフォワード方向に解くと、

$$z_t^2 = -\frac{c'_2}{\lambda_2} z_t - \frac{\rho}{\lambda_2} \frac{c'_2}{\lambda_2} z_t - \left(\frac{\rho}{\lambda_2}\right)^2 \frac{c'_2}{\lambda_2} z_t - \dots + \lim_{i \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\lambda_2}\right)^i E_t[z_{t+i}^2] \quad (A3.2)$$

が得られます。 $\lim_{i \rightarrow \infty} E_t[z_{t+i}^2]$ が有限の値であれば、(A3.2)式から、

$$\begin{aligned} z_t^2 &= -\frac{c'_2}{\lambda_2} \left\{ 1 + \frac{\rho}{\lambda_2} + \left(\frac{\rho}{\lambda_2}\right)^2 + \dots \right\} z_t \\ &= -\frac{c'_2}{\lambda_2 - \rho} z_t \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \hat{c}_t &= -\frac{p_{21}}{p_{22}} \hat{k}_t - \frac{c'_2}{p_{22}(\lambda_2 - \rho)} z_t \\ \hat{k}_{t+1} &= \lambda_1 \hat{k}_t + \left(p_{11} - p_{12} \frac{p_{21}}{p_{22}}\right)^{-1} \left(c'_1 - \frac{p_{12} c'_2 \lambda_1}{p_{22}(\lambda_2 - \rho)} + \frac{p_{12} c'_2 \rho}{p_{22}(\lambda_2 - \rho)}\right) z_t \end{aligned}$$

となります。

練習問題（2）解答

データは、

http://www.meti.go.jp/statistics/tyo/iip/b2010_result-2.html

にある「生産・出荷・在庫・在庫率接続指数 1978年1月～2012年12月」の季節調整指数を使用します。

ワークファイルを作り、iip というシリーズ名でデータを格納します。その後、メニューバーにある「object」→「new object」→「SSpace」を選択します。

以下のように書いて、Estimate を押せば ARMA(1,1)が推定されます。なお、定常性の観点から変数は差分を使っています（Eviews では d(変数名)で差分を取ります）。

```
SS Sspace: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\
View Proc Object Print Name Freeze Spec Estimate Stats Forecast
@state sv1=[var=1]
@state sv2=sv1(-1)

d(iip)=c(1)*d(iip(-1))+sv1+c(2)*sv2
```

推定結果は以下となっています。

SS Sspace: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\				
View	Proc	Object	Print	Name Freeze Spec Estimate Stats Forecast
Sspace: UNTITLED				
Method: Maximum likelihood (Marquardt)				
Date: 01/06/14 Time: 15:07				
Sample: 1978M02 2012M12				
Included observations: 419				
Convergence achieved after 1 iteration				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-0.009939	0.323329	-0.030740	0.9755
C(2)	0.019118	0.324700	0.058879	0.9530
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
SV1	0.000000	1.000000	0.000000	1.0000
SV2	1.308321	0.000000	NA	0.0000
Log likelihood	-1038.335	Akaike info criterion		4.965801
Parameters	2	Schwarz criterion		4.985075
Diffuse priors	0	Hannan-Quinn criter.		4.973419

練習問題（３）および（４）解答

データを、

http://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/data_list/sokuhou/files/2013/qe133_2/gdemenuja.html

から取ります。「四半期デフレーター季節調整系列(前期比)」を使います。

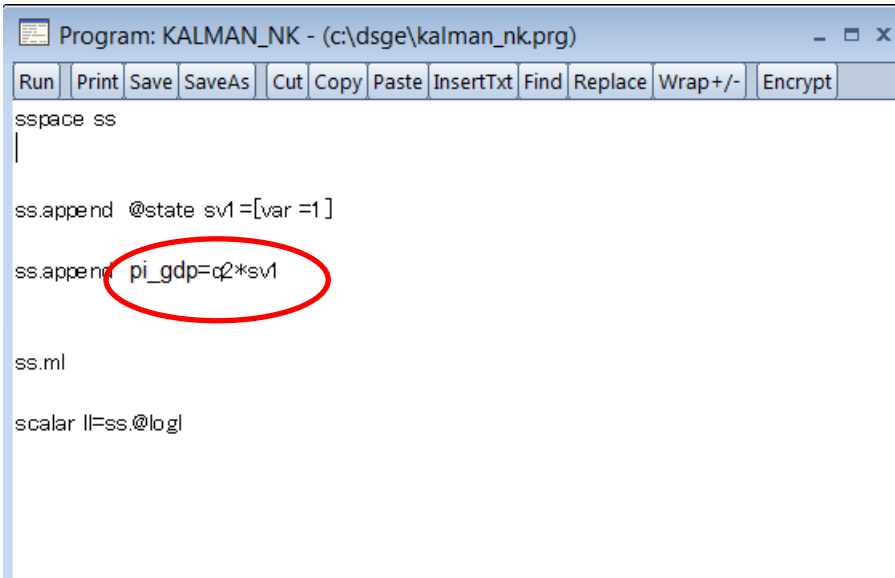
（４）については、

<http://www.stat.go.jp/data/cpi/historic.htm#zenkoku>

から取ります。「月次（1970年1月～最新月）」を使います。

基本的に練習問題（３）と（４）は同じ手順になります。

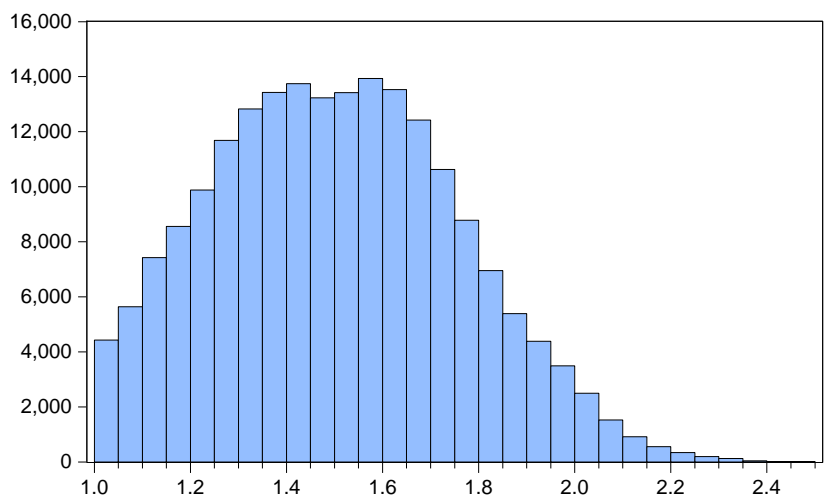
これを（３）pi_gdp、（４）pi_cpi などとしてワークファイルに保存し、kalman.prg を下記のように丸で囲んだ箇所を以下のように書き換えます（問題（４）の場合は pi_cpi=q2*sv1 としてください）。



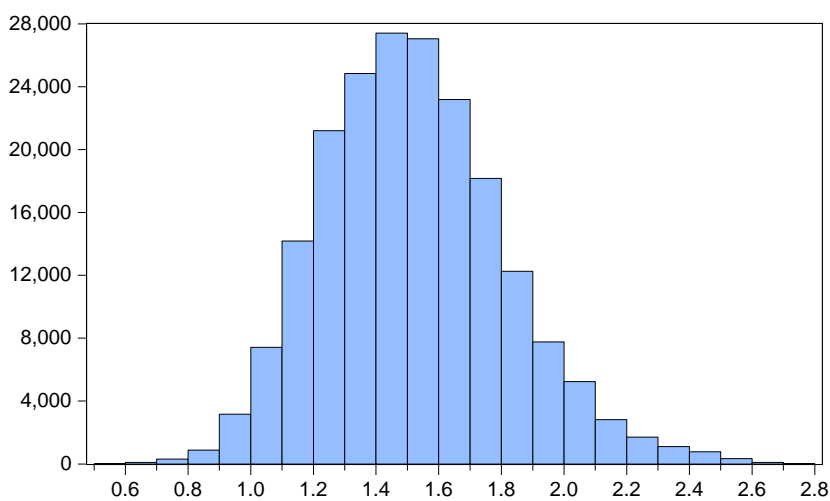
```
Program: KALMAN_NK - (c:\dsge\kalman_nk.prg)
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste InsertTxt Find Replace Wrap+/- Encrypt
sspace ss
|
ss.append @state sv1=[var =1]
ss.append pi_gdp=q2*sv1
ss.ml
scalar ll=ss.@logl
```

なお、p.137 のプログラム 3.5 も場合によっては変える必要があります。たとえば、パラメータ値が大きいと NK モデルを解く際の根が虚数になることがあります。ここでは、それを避けるため 1 行目の tau を 0.03 にしています。

参考までに推定値のヒストグラムを載せておきます。



Series: PHI_PI	
Sample 1 200000	
Observations 200000	
Mean	1.504170
Median	1.496534
Maximum	2.486775
Minimum	1.000015
Std. Dev.	0.256380
Skewness	0.238483
Kurtosis	2.544865
Jarque-Bera	3622.043
Probability	0.000000



Series: PHI_Y	
Sample 1 200000	
Observations 200000	
Mean	1.519956
Median	1.501890
Maximum	2.715266
Minimum	0.596287
Std. Dev.	0.292165
Skewness	0.437901
Kurtosis	3.325697
Jarque-Bera	7275.894
Probability	0.000000