第 2 章

表計算の論理関数とは

2.1　表計算ソフトの NOT 関数

質問◎前回途中で質問した商学部 1 年の宇奈月です．ふだん大きな金額の計算をするとき，鉛筆で筆算することはあまりありません．電卓か PC（パソコン）で計算します．論理の「何々でない」「かつ」「または」も電卓で計算できませんか．電卓が無理なら，誰でも知っているようなアプリで計算する方法を教えてください．また，論理の計算が自動化されて活用されている例があればそれもご教示願います．（数蝉大学・宇奈月うい郎）

現行のほとんどの電卓は論理の計算に対応していません．一方，会計作業によく使う表計算ソフトというジャンルのアプリ（アプリケーションソフト）があり，こちらには論理関数が用意されています．商品名はあえて申しませんが，表のマス目，いわゆるセルに数値や数式を打ち込んで計算する，あのタイプのアプリが表計算ソフトです．論理関数の代表例として，NOT 関数，AND 関数，OR 関数を紹介しましょう．論理の計算が自動化されて活用されている身近な例をあげましょう．毎日，少なくとも 1 回は通販サイトで商品検索をしていませんか．キーワードや条件をいくつか指定して商品検索するとき，ネットの向こう側ではデータベースシステムに組み込まれた論理関数が動いています．

さっそく **NOT 関数**から始めましょう．たとえば「6 は偶数である」という主張は正しく,「6 は偶数でない」という主張は誤りです.「6 は奇数である」という主張は誤りで,「6 は奇数でない」という主張は正しいです．数学ではこの

	A	B	C	D	E
1	A	B	not (A and B)	(not A) or (not B)	
2	TRUE	TRUE	=NOT(AND($A2,$B2))		
3	TRUE	FALSE			
4	FALSE	TRUE			
5	FALSE	FALSE			
6					

図 **3.1.3**　論理関数のド モルガンの法則 (3)

	A	B	C	D	E
1	A	B	not (A and B)	(not A) or (not B)	
2	TRUE	TRUE	FALSE	=OR(NOT($A2),NOT($B2))	
3	TRUE	FALSE	TRUE		
4	FALSE	TRUE	TRUE		
5	FALSE	FALSE	TRUE		
6					

図 **3.1.4**　論理関数のド モルガンの法則 (4)

	A	B	C	D	E
1	A	B	not (A and B)	(not A) or (not B)	
2	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE	
3	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	
4	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	
5	FALSE	FALSE	TRUE	TRUE	
6					

図 **3.1.5**　論理関数のド モルガンの法則 (5)

次に算数を使って，not (A and B) と (not A) or (not B) が論理関数として同じだと確かめてみます．文字を使うので，正確には算数というより中学 1 年レベルの数学というべきでしょうか．二つのブール関数を，A のブール値と B のブール値の四則計算の式で表して比べます．格好良く一つの等式にまとめる必要はありません．それぞれを簡単な形に書き換えて比べるのが楽です．

解 2　真，偽，A のブール値，B のブール値をそれぞれ 1, 0, a, b で表す．与えられた二つのブール関数をこれらの式で表して比べよう．以下の四則計算

例題 6.3.1　自然数 n が不等式 $n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたすならば，$n = 3$ であることを示せ.

この例題の場合，p が「n は自然数で，$n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたす」，q が「$n = 3$」で，示したいことは「p ならば q」です．p が成り立つと仮定して q を示せば「p ならば q」を示したことになります．そこで，頭の中に以下のような穴埋め問題を思い浮かべます.

> 自然数 n が不等式 $n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたすとする.
>
> $\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$
>
> ゆえに $n = 3$ である．以上により，自然数 n が不等式 $n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたすならば，$n = 3$ であることが示された.

後はこの穴を埋めるだけです．たとえば以下のようになります．[　] でくくった部分は，しばしば省略されるところです.

解　自然数 n が不等式 $n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたすとする．$n^2 - 6n + 8 = (n-2)(n-4) < 0$ だから [$n-2$ と $n-4$ の符号は異なる．$n - 4 < n - 2$ だから，$n - 4 < 0$ かつ $n - 2 > 0$ である．よって] $2 < n < 4$ である．n が自然数だから $n = 3$ である．[以上により，自然数 n が不等式 $n^2 - 6n + 8 < 0$ をみたすならば，$n = 3$ であることが示された．]

パターン化すると，まず頭の中に以下のような穴埋め問題を思い浮かべます.

> 主張 p が成り立つとする．
>
> ゆえに q が成り立つ．以上により，p ならば q であることが示された．

この穴を埋めればよいのです.「p を仮定して q を導くのに成功したとき，$p \to q$ を導けたとみなす．そしてこの時点ではもはや，p を一時的な仮定と考えなくてよい」という約束事を，しばしば次のような図式で表します．

$$\begin{array}{c}[p]\\ \vdots\\ q\\ \hline p \to q\end{array}$$

6.4　任意命題を証明するときの定石

数学では「例外なくすべての x に対して」と言いたいとき,「すべての x に対して」と言ったり,「任意の x に対して」と言ったりします．日常会話で使う「任意」とは少し意味が違うので注意してください．

いま $r(x)$ が x についての条件としましょう．一般に数学の証明の中では，しがらみのない新しい文字 x' に対して $r(x')$ を導けたとき,「任意の x に対して $r(x)$」を導けたものと認めます．これは,「任意」を含む命題を導くための決まり事です．パターン化すると，まず頭の中に以下のような穴埋め問題を思い浮かべます．

> しがらみのない新しい文字 x' をとる．
>
> ゆえに $r(x')$ が成り立つ．以上により，任意の x に対して $r(x)$ が成り立つことが示された．