

問題の解答

問題 1 (1) 与式 =
$$\begin{pmatrix} 8 & 13 & 11 & 2 \\ 10 & 3 & 5 & 16 \\ 1 & 12 & 14 & 7 \\ 15 & 6 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$
 (2) 与式 =
$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 13 & 19 & 25 \\ 14 & 20 & 21 & 2 & 8 \\ 22 & 3 & 9 & 15 & 16 \\ 10 & 11 & 17 & 23 & 4 \\ 18 & 24 & 5 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

問題 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

として，これから $M = 4A + B + E$ を構成する．

問題 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

として，これから $M = 5A + B + E$ を構成すればよい（問題 2 と同様）．

問題 4 たとえば，第 2 桁に A ，第 1 桁に B を補助方陣として用いると，右端の方陣を得る．

4 次方陣の例：

$$A_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 1 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \quad B_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 0 & 0 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 3 & 3 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 16 & 5 & 9 & 4 \\ \hline 7 & 2 & 14 & 11 \\ \hline 10 & 15 & 3 & 6 \\ \hline 1 & 12 & 8 & 13 \\ \hline \end{array}$$

$$A_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 0 & 3 \\ \hline 0 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline \end{array} \quad B_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 9 & 6 & 3 & 16 \\ \hline 4 & 15 & 10 & 5 \\ \hline 14 & 1 & 8 & 11 \\ \hline 7 & 12 & 13 & 2 \\ \hline \end{array}$$

5 次方陣の例：

$$A_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 4 & 4 & 0 \\ \hline 1 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \quad B_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 4 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 12 & 24 & 23 & 5 \\ \hline 8 & 19 & 10 & 17 & 11 \\ \hline 20 & 22 & 13 & 4 & 6 \\ \hline 15 & 9 & 16 & 7 & 18 \\ \hline 21 & 3 & 2 & 14 & 25 \\ \hline \end{array}$$

$$A_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 4 & 0 & 2 \\ \hline 4 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ \hline 2 & 4 & 0 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \quad B_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 0 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 15 & 19 & 23 & 6 \\ \hline 8 & 16 & 25 & 4 & 12 \\ \hline 21 & 9 & 13 & 17 & 5 \\ \hline 14 & 22 & 1 & 10 & 18 \\ \hline 20 & 3 & 7 & 11 & 24 \\ \hline \end{array}$$

問題 5

4	9	2
3	5	7
8	1	6

3次方陣, 定和15

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

7次方陣, 定和175

37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

9次方陣, 定和369

11次, 13次, 15次方陣についても, 同様に作ることができる(省略).

問題 6

4	19	34	49	8	23	38
45	11	26	41	7	15	30
37	3	18	33	48	14	22
29	44	10	25	40	6	21
28	36	2	17	32	47	13
20	35	43	9	24	39	5
12	27	42	1	16	31	46

7次方陣, 定和175

5	24	43	62	81	10	29	48	67
76	14	33	52	71	9	19	38	57
66	4	23	42	61	80	18	28	47
56	75	13	32	51	70	8	27	37
46	65	3	22	41	60	79	17	36
45	55	74	12	31	50	69	7	26
35	54	64	2	21	40	59	78	16
25	44	63	73	11	30	49	68	6
15	34	53	72	1	20	39	58	77

9次方陣, 定和369

11次, 13次, 15次方陣についても, 同様に作ることができる(省略).

問題 7 補助方陣 A, B は次のようになる. これらから, $M = 5(A - E) + B$ を構成すれば, 右側の 5 次方陣を得る.

3	5	2	4	1
1	3	5	2	4
4	1	3	5	2
2	4	1	3	5
5	2	4	1	3

A

5	3	1	4	2
1	4	2	5	3
2	5	3	1	4
3	1	4	2	5
4	2	5	3	1

B

15	23	6	19	2
1	14	22	10	18
17	5	13	21	9
8	16	4	12	25
24	7	20	3	11

定和65

問題 8 補助方陣 A, B は次のようになる. これらから, $M = 5(A - E) + B$ を構成すれば, 右側の 5 次方陣を得る.

3	2	5	1	4
4	3	2	5	1
1	4	3	2	5
5	1	4	3	2
2	5	1	4	3

A

4	1	5	2	3
1	5	2	3	4
5	2	3	4	1
2	3	4	1	5
3	4	1	5	2

B

14	6	25	2	18
16	15	7	23	4
5	17	13	9	21
22	3	19	11	10
8	24	1	20	12

定和65

問題 9 補助方陣 A, B は次のようになる . これらから , $M = 7(A - E) + B$ を構成すれば , 右側の 7 次方陣を得る .

6	2	5	4	3	7	1
4	3	7	1	6	2	5
1	6	2	5	4	3	7
5	4	3	7	1	6	2
7	1	6	2	5	4	3
2	5	4	3	7	1	6
3	7	1	6	2	5	4

A

4	2	6	5	7	1	3
3	4	2	6	5	7	1
1	3	4	2	6	5	7
7	1	3	4	2	6	5
5	7	1	3	4	2	6
6	5	7	1	3	4	2
2	6	5	7	1	3	4

B

39	9	34	26	21	43	3
24	18	44	6	40	14	29
1	38	11	30	27	19	49
35	22	17	46	2	41	12
47	7	36	10	32	23	20
13	33	28	15	45	4	37
16	48	5	42	8	31	25

定和 175

問題 10 補助方陣 A, B は次のようになる . これらから , $M = 9(A - E) + B$ を構成すれば , 右側の 9 次方陣を得る .

5	6	7	8	9	1	2	3	4
4	5	6	7	8	9	1	2	3
3	4	5	6	7	8	9	1	2
2	3	4	5	6	7	8	9	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	1	2	3	4	5	6	7	8
8	9	1	2	3	4	5	6	7
7	8	9	1	2	3	4	5	6
6	7	8	9	1	2	3	4	5

A

9	3	5	7	1	8	4	6	2
1	8	4	6	2	9	3	5	7
2	9	3	5	7	1	8	4	6
7	1	8	4	6	2	9	3	5
6	2	9	3	5	7	1	8	4
5	7	1	8	4	6	2	9	3
4	6	2	9	3	5	7	1	8
3	5	7	1	8	4	6	2	9
8	4	6	2	9	3	5	7	1

B

45	48	59	70	73	8	13	24	29
28	44	49	60	65	81	3	14	25
20	36	39	50	61	64	80	4	15
16	19	35	40	51	56	72	75	5
6	11	27	30	41	52	55	71	76
77	7	10	26	31	42	47	63	66
67	78	2	18	21	32	43	46	62
57	68	79	1	17	22	33	38	54
53	58	69	74	9	12	23	34	37

定和 369

問題 11

1	143	142	4	5	139	138	8	9	135	134	12
132	14	15	129	128	18	19	125	124	22	23	121
120	26	27	117	116	30	31	113	112	34	35	109
37	107	106	40	41	103	102	44	45	99	98	48
49	95	94	52	53	91	90	56	57	87	86	60
84	62	63	81	80	66	67	77	76	70	71	73
72	74	75	69	68	78	79	65	64	82	83	61
85	59	58	88	89	55	54	92	93	51	50	96
97	47	46	100	101	43	42	104	105	39	38	108
36	110	111	33	32	114	115	29	28	118	119	25
24	122	123	21	20	126	127	17	16	130	131	13
133	11	10	136	137	7	6	140	141	3	2	144

[方法 I] による 12 次方陣, 定和 870

1	2	3	141	140	139	138	137	136	10	11	12
13	14	15	129	128	127	126	125	124	22	23	24
25	26	27	117	116	115	114	113	112	34	35	36
108	107	106	40	41	42	43	44	45	99	98	97
96	95	94	52	53	54	55	56	57	87	86	85
84	83	82	64	65	66	67	68	69	75	74	73
72	71	70	76	77	78	79	80	81	63	62	61
60	59	58	88	89	90	91	92	93	51	50	49
48	47	46	100	101	102	103	104	105	39	38	37
109	110	111	33	32	31	30	29	28	118	119	120
121	122	123	21	20	19	18	17	16	130	131	132
133	134	135	9	8	7	6	5	4	142	143	144

[方法 II] による 12 次方陣, 定和 870

これらは , ともに対称魔方陣である .

問題 12 この場合の補助方陣 A, B は次の通り . これらから , $M = 8(A - E) + B$ を構成すれば , 右側の 8 次方陣を得る . この 8 次方陣も対称魔方陣である .

④	5	4	5	5	4	5	④
2	⑦	2	7	7	2	⑦	2
1	8	①	8	8	①	8	1
3	6	3	⑥	⑥	3	6	3
6	3	6	③	③	6	3	6
8	1	⑧	1	1	⑧	1	8
7	②	7	2	2	7	②	7
⑤	4	5	4	4	5	4	⑤

A

4	2	1	3	6	8	7	5
5	7	8	6	3	1	2	4
4	2	1	3	6	8	7	5
5	7	8	6	3	1	2	4
5	7	8	6	3	1	2	4
4	2	1	3	6	8	7	5
5	7	8	6	3	1	2	4
4	2	1	3	6	8	7	5

B

28	34	25	35	38	32	39	29
13	55	16	54	51	9	50	12
4	58	1	59	62	8	63	5
21	47	24	46	43	17	42	20
45	23	48	22	19	41	18	44
60	2	57	3	6	64	7	61
53	15	56	14	11	49	10	52
36	26	33	27	30	40	31	37

定和 260

問題 13 この場合の補助方陣 A, B と , これらから得られる 12 次方陣は次のようになる .

①	12	1	12	1	12	12	1	12	1	12	①
11	②	11	2	11	2	2	11	2	11	②	11
3	10	③	10	3	10	10	3	10	③	10	3
9	4	9	④	9	4	4	9	④	9	4	9
5	8	5	8	⑤	8	8	⑤	8	5	8	5
7	6	7	6	7	⑥	⑥	7	6	7	6	7
6	7	6	7	6	⑦	⑦	6	7	6	7	6
8	5	8	5	⑧	5	5	⑧	5	8	5	8
4	9	4	⑨	4	9	9	4	⑨	4	9	4
10	3	⑩	3	10	3	3	10	3	⑩	3	10
2	⑪	2	11	2	11	11	2	11	2	⑪	2
⑫	1	12	1	12	1	1	12	1	12	1	⑫

A

1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1
1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1
1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1
1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1
1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1
1	11	3	9	5	7	6	8	4	10	2	12
12	2	10	4	8	6	7	5	9	3	11	1

B

1	143	3	141	5	139	138	8	136	10	134	12
132	14	130	16	128	18	19	125	21	123	23	121
25	119	27	117	29	115	114	32	112	34	110	36
108	38	106	40	104	42	43	101	45	99	47	97
49	95	51	93	53	91	90	56	88	58	86	60
84	62	82	64	80	66	67	77	69	75	71	73
72	74	70	76	68	78	79	65	81	63	83	61
85	59	87	57	89	55	54	92	52	94	50	96
48	98	46	100	44	102	103	41	105	39	107	37
109	35	111	33	113	31	30	116	28	118	26	120
24	122	22	124	20	126	127	17	129	15	131	13
133	11	135	9	137	7	6	140	4	142	2	144

定和 870

この 12 次方陣も対称魔方陣である .

問題 14 左側の図の 2 つの 3 次部分方陣における着色折線部分の各 3 つの要素をそっくり入れ換えれば , 右側の 6 次方陣を得る .

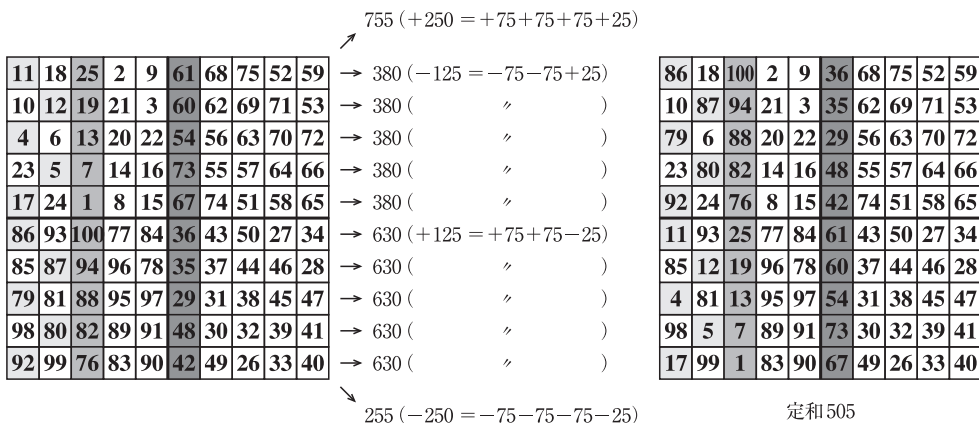
4	9	2	22	27	20
3	5	7	21	23	25
8	1	6	26	19	24
31	36	29	13	18	11
30	32	34	12	14	16
35	28	33	17	10	15

⇒

4	9	29	22	27	20
3	32	7	21	23	25
8	1	33	26	19	24
31	36	2	13	18	11
30	5	34	12	14	16
35	28	6	17	10	15

定和 111

問題 15 次図は左上隅の 1~25 の 5 次方阵を基にして作った 10 次配列である．この配列には中央部に示すような状況が生起している．10 次方阵の定和は 505 であるから，たとえば，図の上下の対応する折線部分，着色部分の各 5 個の数字をそっくり入れ換えると，右側の 10 次方阵を得る．



問題 16

1	2	3	4	5	6	7	190	191	192	193	194	195	196
183	184	185	186	187	188	91	8	9	10	11	12	111	14
182	181	180	179	178	177	176	21	20	19	18	17	16	15
28	27	26	25	24	23	22	175	174	173	172	171	170	169
29	30	31	32	33	34	35	162	163	164	165	166	167	168
155	156	157	158	159	160	161	36	37	38	39	40	41	42
154	153	152	151	150	149	148	49	48	47	46	45	44	43
56	55	54	53	52	51	50	147	146	145	144	143	142	141
57	58	59	60	61	62	63	134	135	136	137	138	139	140
127	128	129	130	131	132	133	64	65	66	67	68	69	70
126	125	124	123	122	121	120	77	76	75	74	73	72	71
84	83	82	81	80	79	78	119	118	117	116	115	114	113
112	100	110	109	108	107	106	105	104	103	102	101	13	99
85	97	87	88	89	90	189	92	93	94	95	96	86	98

(イ) $4(2m-1)+2$ 型 ($m=2, n=14$)，定和 1379

163	2	3	4	5	6	7	8	9	154	317	318	319	320	321	322	323	324
307	308	309	310	311	312	313	314	315	10	11	12	13	14	15	16	17	18
306	305	304	303	302	301	300	299	298	27	26	26	24	23	22	21	20	19
36	35	34	33	32	31	30	29	28	297	296	295	294	293	292	291	290	289
37	38	39	40	41	42	43	44	45	280	281	282	283	284	285	286	287	288
271	272	273	274	275	276	277	278	279	46	47	48	49	50	51	52	53	54
270	269	268	267	266	265	264	263	262	63	62	61	60	59	58	57	56	55
72	71	70	69	68	67	66	65	64	261	260	259	258	257	256	255	254	253
73	74	75	76	77	78	79	80	81	244	245	246	247	248	249	250	251	252
235	236	237	238	239	240	241	242	243	82	83	84	85	86	87	88	89	90
234	233	232	231	230	229	228	227	226	99	98	97	96	95	94	93	92	91
108	107	106	105	104	103	102	101	100	225	224	223	222	221	220	219	218	217
109	110	111	112	113	114	115	116	117	208	209	210	211	212	213	214	215	216
199	200	201	202	203	204	205	206	207	118	119	120	121	122	123	124	125	126
198	197	196	195	194	193	192	191	190	135	134	133	132	131	130	129	128	127
144	143	142	141	140	139	138	137	136	189	188	187	186	185	184	183	182	181
162	146	147	148	149	150	151	152	153	316	155	156	157	158	159	160	161	145
1	179	178	177	176	175	174	173	172	171	170	169	168	167	166	165	164	180

(ロ) $4 \times 2m + 2$ 型 ($m=2, n=18$)，定和 2925

問題 17 たとえば，次のようなものができる．

1	33	34	31	10	2
32					5
7					30
8					29
28					9
35	4	3	6	27	36

4	36	34	30	2	5
8					29
9					28
27					10
31					6
32	1	3	7	35	33

問題 18 たとえば、次のような 10 次方阵ができる．この場合の外周は、1～18, 83～100 での数を用いて作る．

15	2	10	12	87	88	90	92	93	16
1	19	81	80	22	23	77	76	26	100
6	74	28	29	71	70	32	33	67	95
7	66	36	37	63	62	40	41	59	94
17	43	57	56	46	47	53	52	50	84
83	51	49	48	54	55	45	44	58	18
96	42	60	61	39	38	64	65	35	5
97	34	68	69	31	30	72	73	27	4
98	75	25	24	78	79	21	20	82	3
85	99	91	89	14	13	11	9	8	86

定和 505

問題 19 交換様式 1 について、この様式による変換を施して得られる新しい配列を、元の方陣と比べると、

- (1) 第 1 行、第 4 行の第 2, 3 要素の順序を変えても、その和は不変 (34) である．
 - (2) 第 2 行、第 3 行の和も不変である (∵ 順序は変わるが、初め第 2 行 (第 3 行) にあった要素 (その定和はもちろん 34) は、この変換により、第 3 行 (第 2 行) に来る)．
 - (3) 上の (1)(2) は列に関してもいえる．
 - (4) さらに、両対角線要素の和も不変である．
- 交換様式 2～6 についても、同様である．

問題 20 この交換様式による変換を施して得られる新しい配列を、元の方陣と比べると、

- (1) 第 1 行、第 2 行の和は不変である (各行の要素が入れ変わる．順序は変わる)．
- (2) 第 3 行の和は不変である (順序が変わる)．
- (3) 第 4 行、第 5 行の和も不変である．
- (4) 上の (1)～(3) は列に関してもいえる．
- (5) さらに、両対角線要素の和も不変である (順序が変わる)．

問題 21 この場合の 7 次完全補助方阵 A とその転置方阵 A' は、次のようになる．これら 2 つの補助方阵 A, A' から、 $M = A + 7(A' - E)$ を作れば、右側の 7 次完全方阵を得る．

1	3	5	7	2	4	6
2	4	6	1	3	5	7
3	5	7	2	4	6	1
4	6	1	3	5	7	2
5	7	2	4	6	1	3
6	1	3	5	7	2	4
7	2	4	6	1	3	5

A

1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
7	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	1
4	5	6	7	1	2	3
6	7	1	2	3	4	5

A'

1	10	19	28	30	39	48
16	25	34	36	45	5	14
31	40	49	2	11	20	22
46	6	8	17	26	35	37
12	21	23	32	41	43	3
27	29	38	47	7	9	18
42	44	4	13	15	24	33

定和 175

問題 22 $m = 5$ の場合の A の例

$$\begin{pmatrix} 10 & 14 & 4 & 7 & 5 \\ 3 & 1 & 8 & 15 & 13 \\ 11 & 9 & 12 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 11 & 2 & 12 & 9 & 6 \\ 3 & 15 & 8 & 1 & 13 \\ 10 & 7 & 4 & 14 & 5 \end{pmatrix}$$

$m = 7$ の場合の A の例

$$\begin{pmatrix} 2 & 17 & 14 & 16 & 7 & 9 & 12 \\ 21 & 3 & 4 & 11 & 18 & 19 & 1 \\ 10 & 13 & 15 & 6 & 8 & 5 & 20 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 12 & 9 & 7 & 16 & 14 & 17 & 2 \\ 1 & 19 & 18 & 11 & 4 & 3 & 21 \\ 20 & 5 & 8 & 6 & 15 & 13 & 10 \end{pmatrix}$$

問題 23

2	8	11	46	47	49	12
5						45
6						44
40						10
41						9
43						7
38	42	39	4	3	1	48

$n = 7$
(相对和50)

2	10	11	15	77	78	79	81	16
6								76
7								75
8								74
68								14
69								13
70								12
73								9
66	72	71	67	5	4	3	1	80

$n = 9$
(相对和82)

問題 24

1	63	60	6	7	57	62	4
56							9
10							55
54							11
12							53
52							13
14							51
61	2	5	59	58	8	3	64

$n = 8$
(相对和50)

1	255	254	4	9	247	246	12	13	243	242	16	5	251	250	8
240															17
18															239
238															19
20															237
236															21
22															235
234															23
24															233
232															25
26															231
230															27
28															229
228															29
30															227
249	2	3	253	248	10	11	245	244	14	15	241	252	6	7	256

$n = 16$
(相对和257)

問題 25

32	1	2	34	9	33
6					31
30					7
29					8
10					27
4	36	35	3	28	5

$n = 6$
(相对和37)

92	1	2	98	97	5	6	94	17	93
10									91
90									11
89									12
13									88
14									87
86									15
85									16
18									83
8	100	99	3	4	96	95	7	84	9

$n = 10$
(相对和101)

問題 26

16	15	14	13	75	76	77	81	2
79								3
78								4
74								8
9								73
10								72
11								71
12								70
80	67	68	69	7	6	5	1	66

$n = 9$
(相对和 82)

12	11	187	188	8	7	191	192	4	3	195	196	172	13
14													183
182													15
181													16
17													180
18													179
178													19
177													20
21													176
22													175
174													23
173													24
26													171
184	186	10	9	189	190	6	5	193	194	2	1	25	185

$n = 14$
(相对和 197)

243	13	12	246	247	9	8	250	251	5	4	254	255	1	16	242
17															240
239															18
238															19
20															237
21															236
235															22
234															23
24															233
25															232
231															26
230															27
28															229
29															228
227															30
15	244	245	11	10	248	249	7	6	252	253	3	2	256	241	14

$n = 16$
(相对和 257)

問題 27

94	99	92	211	216	209	58	63	56	175	180	173	22	27	20
93	95	97	210	212	214	57	59	61	174	176	178	21	23	25
98	91	96	215	208	213	62	55	60	179	172	177	26	19	24
31	36	29	103	108	101	220	225	218	67	72	65	139	144	137
30	32	34	102	104	106	219	221	223	66	68	70	138	140	142
35	28	33	107	100	105	224	217	222	71	64	69	143	136	141
148	153	146	40	45	38	112	117	110	184	189	182	76	81	74
147	149	151	39	41	43	111	113	115	183	185	187	75	77	79
152	145	150	44	37	42	116	109	114	188	181	186	80	73	78
85	90	83	157	162	155	4	9	2	121	126	119	193	198	191
84	86	88	156	158	160	3	5	7	120	122	124	192	194	196
89	82	87	161	154	159	8	1	6	125	118	123	197	190	195
202	207	200	49	54	47	166	171	164	13	18	11	130	135	128
201	203	205	48	50	52	165	167	169	12	14	16	129	131	133
206	199	204	53	46	51	170	163	168	17	10	15	134	127	132

3×5次合成魔方陣, 定和1695

86	99	82	95	78	211	224	207	220	203	36	49	32	45	28
79	87	100	83	91	204	212	225	208	216	29	37	50	33	41
92	80	88	96	84	217	205	213	221	209	42	30	38	46	34
85	93	76	89	97	210	218	201	214	222	35	43	26	39	47
98	81	94	77	90	223	206	219	202	215	48	31	44	27	40
61	74	57	70	53	111	124	107	120	103	161	174	157	170	153
54	62	75	58	66	104	112	125	108	116	154	162	175	158	166
67	55	63	71	59	117	105	113	121	109	167	155	163	171	159
60	68	51	64	72	110	118	101	114	122	160	168	151	164	172
73	56	69	52	65	123	106	119	102	115	173	156	169	152	165
186	199	182	195	178	11	24	7	20	3	136	149	132	145	128
179	187	200	183	191	4	12	25	8	16	129	137	150	133	141
192	180	188	196	184	17	5	13	21	9	142	130	138	146	134
185	193	176	189	197	10	18	1	14	22	135	143	126	139	147
198	181	194	177	190	23	6	19	2	15	148	131	144	127	140

5×3次合成魔方陣, 定和1695

問題 28

1	192	84	237	2	191	83	238	3	190	82	239	4	189	81	240
128	193	45	148	127	194	46	147	126	195	47	146	125	196	48	145
173	20	256	65	174	19	255	66	175	18	254	67	176	17	253	68
212	109	129	64	211	110	130	63	210	111	131	62	209	112	132	61
5	188	88	233	6	187	87	234	7	186	86	235	8	185	85	236
124	197	41	152	123	198	42	151	122	199	43	150	121	200	44	149
169	24	252	69	170	23	251	70	171	22	250	71	172	21	249	72
216	105	133	60	215	106	134	59	214	107	135	58	213	108	136	57
9	184	92	229	10	183	91	230	11	182	90	231	12	181	89	232
120	201	37	156	119	202	38	155	118	203	39	154	117	204	40	153
165	28	248	73	166	27	247	74	167	26	246	75	168	25	245	76
220	101	137	56	219	102	138	55	218	103	139	54	217	104	140	53
13	180	96	225	14	179	95	226	15	178	94	227	16	177	93	228
116	205	33	160	115	206	34	159	114	207	35	158	113	208	36	157
161	32	244	77	162	31	243	78	163	30	242	79	164	29	241	80
224	97	141	52	223	98	142	51	222	99	143	50	221	100	144	49

16次超完全魔方陣, 定和2056

問題 29 $a = 4, b = 1, c = 7, d = 6$ のとき, $A = 5, B = 8, C = 2, D = 3$ となり, この場合の 2 重配列は下図左側 (2 重記号の括弧は略) のようになる. 各 2 重記号 (ab) に $8a+b$ を対応させれば, 中央図のような 8 次の 2 重方陣が完成する. なお, 右側の図は各数を 2 乗したもので, 定和 11180 を与える.

04	11	27	36	46	57	61	74
25	38	02	13	63	72	48	55
41	54	66	77	07	16	24	31
68	75	43	52	22	33	05	18
17	06	34	21	51	44	76	67
32	23	15	08	78	65	53	42
56	47	71	64	14	01	37	26
73	62	58	45	35	28	12	03

2重配列

4	9	23	30	38	47	49	60
21	32	2	11	51	58	40	45
33	44	54	63	7	14	20	25
56	61	35	42	18	27	5	16
15	6	28	17	41	36	62	55
26	19	13	8	64	53	43	34
46	39	57	52	12	1	31	22
59	50	48	37	29	24	10	3

2重方陣, 定和260

16	81	529	900	1444	2209	2401	3600
441	1204	4	121	2601	3364	1600	2025
1089	1936	2916	3969	49	196	400	625
3136	3721	1225	1764	324	729	25	256
225	36	784	289	1681	1296	3844	3025
676	361	169	64	4096	2809	1849	1156
2116	1521	3249	2704	144	1	961	484
3481	2500	2304	1369	841	576	100	9

平方数方陣, 2重和11180

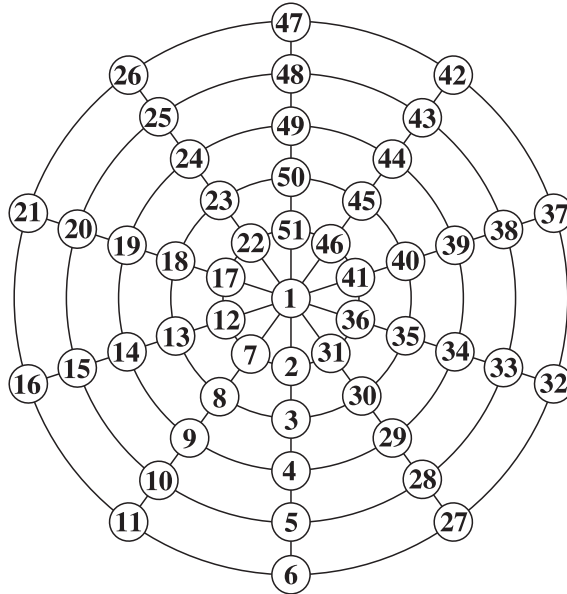
問題 30 この場合， $P = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 = 510510$ である．左側の「デューラーの方陣」の各数に $P+1 = 510511$ を加えると，右側の 4 次連続合成数方陣ができる．

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

510527	510514	510513	510524
510516	510521	510522	510519
510520	510517	510518	510523
510515	510526	510525	510512

定和 2,042,078

問題 31



五周径之図

問題 32 まず，最小数 1 と最大数 10 とは同一線上になければならない．なぜならば，魔星形 5 角形（5 星陣）の定和は 22 であったから，1 を通る 2 本の線上の他の 3 数の和は共に 21 である．そこで，これらの 6 数の和は 42 でなければならないが，もしも，10 がこの 6 数の中になければ，最大可能数は $9+8+7+6+5+4 = 39$ となって，42 にはなり得ないからである．

次に，1 と 10 を通る線を $L = \{1, 10, a, b\}$ ($a+b = 11$) とし，1 を通る他の線を L_1 ，10 を通る他の線を L_2 とする． L の 4 数の組合せとしては下記の (イ)(ロ)(ハ)(ニ) の 4 つの場合が考えられるが，これらの各場合について L_1, L_2 を (a, b 以外の数字を用いて) 調べると次のようになる．

	$L = \{1, 10, a, b\}$	L_1	L_2
(イ)	$\{1, 10, 2, 9\}$	$\{1, 6, 7, 8\}$	$\{10, 3, 4, 5\}$
(ロ)	$\{1, 10, 3, 8\}$	$\{1, 5, 7, 9\}$	$\{10, 2, 4, 6\}$
(ハ)	$\{1, 10, 4, 7\}$	$\{1, \times \times \times\}$	$\{10, \times \times \times\}$
(ニ)	$\{1, 10, 5, 6\}$	$\{1, 4, 8, 9\}$	$\{10, 2, 3, 7\}$

ところで，線 L_1, L_2 は 1 つの共通数をもたなければならないが，上記の可能性のある 3 つの場合 (イ)(ロ)(ニ) のどれについても，そのような数がない．ゆえに，1 ~ 10 の数字を用いた 5 星陣は不可能である．

問題 33 1 ~ 12 の数の合計数 $1+2+3+\dots+12 = 13 \times 6 = 78$ は列の数 4 で割り切れないことから，作れないことは明らかである．

問題 34 数 $ax+b$ は数 x と個数が同じになる．すなわち， n 個ある．そこで，次のことを示せばよい．「任意の合同でない x_1 と x_2 に対応する 2 つの数 ax_1+b と ax_2+b は n を法として合同でない」

実際， $ax_1+b \equiv ax_2+b \pmod{n}$ と仮定すれば，合同式： $ax_1 \equiv ax_2 \pmod{n}$ が導かれるが，ここで，条件から a と n とは互いに素であるから， $x_1 \equiv x_2 \pmod{n}$ となる．これは，数 x_1 と x_2 とは合同でないという仮定に矛盾する．

問題 35 この場合の補助方陣 A, B は、次のようになる。これらから、 $M = 5A + B + E$ を作成すれば、右下の 5 次方陣を得る。

3	4	0	1	2
4	0	1	2	3
0	1	2	3	4
1	2	3	4	0
2	3	4	0	1

A

2	3	4	0	1
1	2	3	4	0
0	1	2	3	4
4	0	1	2	3
3	4	0	1	2

B

18	24	5	6	12
22	3	9	15	16
1	7	13	19	25
10	11	17	23	4
14	20	21	2	8

M

問題 36

$(i-j)$ を (i, j) 要素とする補助方陣 A が定和性をもつ (もち得る) ことは、本論の“補助方陣 B の作法”におけると同様である。次に、 $(i-2j)$ を (i, j) 要素とする補助方陣 B が定和性をもつ (もち得る) ことについて示す。

(1) 各行、各列の和は一定になる。

実際、 i を固定し、 j を $1, 2, 3, \dots, n$ 上を動かす場合、2 と奇数 n とは互いに素であるから、 $i-2j$ も $\text{mod } n$ の完全剰余系にわたる。

列についても、同様である。

(2) 主対角線要素 (i, i) ; $i = 1, 2, 3, \dots, n$ は、 $(i-2i) = (-i)$ であるが、 i が完全剰余系が変わるとき、 $-i$ も $\text{mod } n$ の完全剰余系にわたる。

(3) 副対角線要素 (i, j) ; $i+j = n+1$ については、 $(i-2j) = (i+2(i-n-1)) = (3i-2)$ となるから、この場合には、法 n が 3 を因数としてもつか否かによって、2 つの場合に分けて扱わなければならない。

(イ) 法 n が 3 を因数としない場合は、3 と法 n とは互いに素であるから、 i が $\text{mod } n$ の完全剰余系をわたるとき、 $3i-2$ も $\text{mod } n$ の完全剰余系にわたる。

(ロ) 法 n が 3 を因数としない場合は、 $3i-2$ は完全剰余系を形成しない。このときは、副対角線上には記号 $(1), (4), \dots, (n-5), (n-2)$ が各 3 個ずつ現れる。

そこで、副対角線上にも定和を与えるようにするには、これらの記号に次の条件を与えればよい。

$$3\{(1)+(4)+\dots+(n-5)+(n-2)\} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\therefore (1)+(4)+\dots+(n-5)+(n-2) = \frac{n(n-1)}{6}$$

(注) 上式の右辺は必ず整数値を与える (n は 3 の倍数であり、 $n-1$ は偶数であるから、 $n(n-1)$ は 6 の倍数である)。また、上式を満たす $(1), (4), \dots, (n-5), (n-2)$ は必ず存在する。実際、各 (i) について、 $(i) = i$ とすれば確かに上式を満足する。

上記の補助方陣 A, B の直交性についての証明は簡単である。実際、いま、

$$(i-j) = (i'-j'), (i-2j) = (i'-2j')$$

と仮定すれば、

$$i-j \equiv i'-j', \quad i-2j \equiv i'-2j' \pmod{n}$$

第 1 式から第 2 式を辺々減ると、 $j \equiv j' \pmod{n}$ となる。すると、第 1 式からただちに、 $i \equiv i' \pmod{n}$ を得る。ところが、 $1 \leq i, i', j, j' \leq n$ であるから、 $i = i'; j = j'$ 、すなわち、 $(i, j) = (i', j')$ となる。

問題 37 (5 次方陣, 9 次方陣)

$n = 5$ の場合の補助方陣 A, B は, 次のようになる. さらに, 補助方陣 A においては, たとえば,

$$(0) = 2, \quad (1) = 4, \quad (2) = 3, \quad (3) = 1, \quad (4) = 0;$$

補助方陣 B においては, $(0) = 2, (1) = 1, (2) = 0, (3) = 4, (4) = 3$ とすれば (記号 (0) は, 必ず $(0) = 2$ とする), 右側の 5 次方陣を得る.

(0)	(4)	(3)	(2)	(1)
(1)	(0)	(4)	(3)	(2)
(2)	(1)	(0)	(4)	(3)
(3)	(2)	(1)	(0)	(4)
(4)	(3)	(2)	(1)	(0)

A

(4)	(2)	(0)	(3)	(1)
(0)	(3)	(1)	(4)	(2)
(1)	(4)	(2)	(0)	(3)
(2)	(0)	(3)	(1)	(4)
(3)	(1)	(4)	(2)	(0)

B

14	1	8	20	22
23	15	2	9	16
17	24	11	3	10
6	18	25	12	4
5	7	19	21	13

定和 65

$n = 9$ の場合の補助方陣 A, B は, 次のようになる.

(0)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
(1)	(0)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)
(2)	(1)	(0)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)
(3)	(2)	(1)	(0)	(8)	(7)	(6)	(5)	(4)
(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(8)	(7)	(6)	(5)
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(8)	(7)	(6)
(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(8)	(7)
(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(8)
(8)	(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)

A

(8)	(6)	(4)	(2)	(0)	(7)	(5)	(3)	(1)
(0)	(7)	(5)	(3)	(1)	(8)	(6)	(4)	(2)
(1)	(8)	(6)	(4)	(2)	(0)	(7)	(5)	(3)
(2)	(0)	(7)	(5)	(3)	(1)	(8)	(6)	(4)
(3)	(1)	(8)	(6)	(4)	(2)	(0)	(7)	(5)
(4)	(2)	(0)	(7)	(5)	(3)	(1)	(8)	(6)
(5)	(3)	(1)	(8)	(6)	(4)	(2)	(0)	(7)
(6)	(4)	(2)	(0)	(7)	(5)	(3)	(1)	(8)
(7)	(5)	(3)	(1)	(8)	(6)	(4)	(2)	(0)

B

37	48	59	70	81	2	13	24	35
36	38	49	60	71	73	3	14	25
26	28	39	50	61	72	74	4	15
16	27	29	40	51	62	64	75	5
6	17	19	30	41	52	63	65	76
77	7	18	20	31	42	53	55	66
67	78	8	10	21	32	43	54	56
57	68	79	9	11	22	33	44	46
47	58	69	80	1	12	23	34	45

定和 369

補助方陣 A においては, まず, $(0) = (9-1)/2 = 4$ を固定する. 他の記号については, たとえば, $(1) = 3, (2) = 2, (3) = 1, (4) = 0, (5) = 8, (6) = 7, (7) = 6, (8) = 5$ と定める.

補助方陣 B においては, 副対角線上にある 3 つの記号 $(1), (4), (7)$ に条件 $(1) + (4) + (7) = 12$ を与えるわけであるが, たとえば, $(1) = 7, (4) = 4, (7) = 1$ とする. 他の記号については, $(0) = 8, (2) = 6, (3) = 5, (5) = 3, (6) = 2, (8) = 0$ とするならば, 上記右側の 9 次方陣を得る.

問題 38 奇数 n が 3 の倍数でないとき, $(3i+j)$ を (i, j) 要素とする補助方陣 A が定和性をもつことは, 次のようにして示される.

- (1) 行および列についての定和性は, もはや明らかであろう (3 は, n と互いに素である).
- (2) 主対角線要素は $(3i+i) = (4i)$ であるが, 4 は法 n (奇数) とは互いに素であるから, i が完全剰余系をわたるとき, $4i$ も完全剰余系にわたる.
- (3) 副対角線要素は, $(3i+j) = (3i-i+n+1) = (2i+1)$ となるが, 2 と奇数 n とは互いに素であるので, $2i+1$ も完全剰余系を形成する.

補助方陣 B が定和性をもつことも, 同様にして示される (省略).

次に, 補助方陣 A, B の直交性について示そう. 実際, $(3i+j) = (3i'+j'), (3i-j) = (3i'-j')$ と仮定すれば,

$$3i+j \equiv 3i'+j', \quad 3i-j \equiv 3i'-j' \pmod{n}$$

であるから, 第 1 式から第 2 式を辺々減ざると, $2j \equiv 2j' \pmod{n}$ となる. ここで, 2 と n とは互いに素であるから, $j \equiv j' \pmod{n}$ を得る. そこで, 第 1 式から $3i \equiv 3i' \pmod{n}$ が導かれるが, 条件から n は 3 の倍数でないので, 3 と n とは互いに素である. よって, $i \equiv i' \pmod{n}$ となる. ところが, $1 \leq i, i', j, j' \leq n$ であるので, $i = i'$ かつ $j = j'$. したがって, $(i, j) = (i', j')$ となる.

問題 39 (7 次方陣)

この場合の補助方陣 A, B は、それぞれ次のようになる。

(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)

A

(2)	(1)	(0)	(6)	(5)	(4)	(3)
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(6)
(1)	(0)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)
(4)	(3)	(2)	(1)	(0)	(6)	(5)
(0)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
(3)	(2)	(1)	(0)	(6)	(5)	(4)
(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)	(0)

B

20	29	28	4	45	12	37
3	47	9	41	15	35	25
36	21	32	24	5	44	13
26	2	48	8	42	18	31
14	39	17	33	23	6	43
30	27	1	49	11	38	19
46	10	40	16	34	22	7

定和175

ここで、補助方陣 A においては、たとえば、 $(0) = 0, (1) = 6, (2) = 1, (3) = 5, (4) = 2, (5) = 4, (6) = 3, (7) = 6$ と定める。補助方陣 B においては、たとえば、 $(0) = 6, (1) = 0, (2) = 5, (3) = 1, (4) = 4, (5) = 2, (6) = 3$ として、 $M = 7A + B + E$ を作れば、上記右側の 7 次方陣を得る。

問題 40 (8 次方陣)

この場合の補助方陣 A, B は、それぞれ次のようになる。

ここで、たとえば、補助方陣 A において、 $(0) = 3, (1) = 0, (2) = 1, (3) = 2$ とすれば、他の記号については、関係式: $(i) + (i+4) = 7$ から、 $(4) = 4, (5) = 7, (6) = 6, (7) = 5$ となり；補助方陣 B においては、たとえば、 $(0) = 7, (1) = 6, (2) = 5, (3) = 4$ とすれば、他の記号については、関係式: $(i) + (i+4) = 7$ から、 $(4) = 0, (5) = 1, (6) = 2, (7) = 3$ となり、これから右側の 8 次方陣が完成する。

(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)
(6)	(2)	(6)	(2)	(6)	(2)	(6)	(2)
(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)
(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)
(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)
(2)	(6)	(2)	(6)	(2)	(6)	(2)	(6)
(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)
(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)

$A (i + 4j)$

(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)

$B (4i + j)$

58	3	60	8	63	6	61	1
55	14	53	9	50	11	52	16
42	19	44	24	47	22	45	17
31	38	29	33	26	35	28	40
2	59	4	64	7	62	5	57
15	54	13	49	10	51	12	56
18	43	20	48	23	46	21	41
39	30	37	25	34	27	36	32

定和260

問題 41 このときは、関係式: $(k) + (k+3) = 5$ から、補助方陣 A においては、 $(0) = 2, (1) = 0, (2) = 1$ とすれば、 $(3) = 3, (4) = 5, (5) = 4$ ；補助方陣 B においては、 $(0) = 4, (1) = 5, (2) = 3$ とすれば、 $(3) = 1, (4) = 0, (5) = 2$ となる。

この場合は結局、右の 6 次方陣を得る。

31	12	24	13	30	1
4	10	21	15	28	33
2	26	17	23	11	32
35	29	14	20	8	5
3	9	16	22	27	34
36	25	19	18	7	6

定和111

問題 42 $n = 10$ ($m = 5$) の場合の 2 重配列 C'' は、左側の図のようになる。

(66)	(21)	(36)	(41)	(51)	(06)	(91)	(86)	(71)	(16)
(12)	(22)	(37)	(42)	(57)	(07)	(92)	(87)	(72)	(67)
(63)	(73)	(88)	(93)	(08)	(58)	(43)	(38)	(23)	(18)
(14)	(24)	(39)	(44)	(59)	(09)	(94)	(89)	(74)	(69)
(15)	(75)	(80)	(95)	(00)	(50)	(45)	(30)	(25)	(10)
(60)	(70)	(85)	(90)	(05)	(55)	(40)	(35)	(20)	(65)
(19)	(29)	(34)	(49)	(54)	(04)	(99)	(84)	(79)	(64)
(68)	(78)	(83)	(98)	(03)	(53)	(48)	(33)	(28)	(13)
(17)	(27)	(32)	(47)	(52)	(02)	(97)	(82)	(77)	(62)
(61)	(76)	(81)	(96)	(01)	(56)	(46)	(31)	(26)	(11)

定和 C''

(66)	(21)	(36)	(41)	(51)	(06)	(91)	(86)	(71)	(16)
(12)	(22)	(37)	(42)	(57)	(07)	(92)	(87)	(72)	(67)
(63)	(73)	(88)	(93)	(08)	(58)	(43)	(38)	(23)	(18)
(14)	(24)	(39)	(44)	(59)	(09)	(94)	(89)	(74)	(69)
(15)	(75)	(80)	(95)	(00)	(50)	(45)	(30)	(20)	(65)
(60)	(70)	(85)	(90)	(05)	(55)	(40)	(35)	(25)	(10)
(19)	(29)	(34)	(49)	(54)	(04)	(99)	(84)	(79)	(64)
(68)	(78)	(83)	(98)	(03)	(53)	(48)	(33)	(28)	(13)
(17)	(27)	(32)	(47)	(02)	(52)	(97)	(82)	(77)	(62)
(61)	(76)	(81)	(96)	(56)	(01)	(46)	(31)	(26)	(11)

2 重配列

この 2 重配列 C'' において、4 組の同色の要素どうしを入れ換えると、右側の図のような (第 1, 2 成分とも) 定和性を有する 2 重配列が得られる。

(注) 実際に、10 次方阵を作るには、補助方阵 A, B とともに、 $(k) + (k+5) = 9$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) なる条件を与える。

問題 43 5 次の立体魔方陣 (定和 315)

65	121	4	92	33
43	60	111	24	77
97	28	70	106	14
9	87	48	55	116
101	19	82	38	75

$z = 1$

124	2	93	35	61
56	114	22	78	45
30	66	109	12	98
88	50	51	119	7
17	83	40	71	104

$z = 2$

3	95	31	64	122
112	23	80	41	59
69	107	13	100	26
46	54	117	8	90
85	36	74	102	18

$z = 3$

91	34	62	123	5
25	76	44	57	113
108	15	96	29	67
52	118	10	86	49
39	72	103	20	81

$z = 4$

32	63	125	1	94
79	42	58	115	21
11	99	27	68	110
120	6	89	47	53
73	105	16	84	37

$z = 5$

問題 44 7 次立体補助方阵 A, B, C は、それぞれ、次のようになる。

$A(x+y+2z)$

$B(x+2y+z)$

$C(x+y+z)$

$z = 1$

(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)

(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)

(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)

$z = 2$

(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)

(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)

$z = 3$

(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)

(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)

$z = 4$	$z = 4$	$z = 4$																																																																																																																																																			
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> </table>	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> </table>	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> </table>	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
$z = 5$	$z = 5$	$z = 5$																																																																																																																																																			
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> </table>	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> </table>	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> </table>	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
$z = 6$	$z = 6$	$z = 6$																																																																																																																																																			
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> </table>	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> </table>	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> </table>	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
$z = 7$	$z = 7$	$z = 7$																																																																																																																																																			
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> </table>	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> </table>	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> </table>	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)																																																																																																																																															
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																															
(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																															
(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																															
(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																															
(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																															
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(0)	(1)																																																																																																																																															

(注) 補助方陣 A, B には, 1本の立体対角線上で同じ記号 (2) が 7 回現れるので, $(2) = 3$ と定める.

補助方陣 C では, $n = 7$ が 3 の倍数でないから, 4本の対角線において無条件で定和を与える.

問題 45 8 次立体補助方陣 A, B, C は, それぞれ, 次のようになる.

$A (x + y + z)$	$B (x + 4y + 4z)$	$C (4x + 4y + z)$																																																																																																																																																																																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> </table>	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> </table>	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td><td>(1)</td><td>(5)</td></tr> </table>	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)																																																																																																																																																																																											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																											
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)																																																																																																																																																																																											
(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																																																																											
(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																																																																											
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																											
(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																																																																											
(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																																																																											
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																											
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																											
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																											
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																											
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																											
(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)																																																																																																																																																																																											
(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)																																																																																																																																																																																											
(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)																																																																																																																																																																																											
(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)																																																																																																																																																																																											
(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)																																																																																																																																																																																											
(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)																																																																																																																																																																																											
(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)																																																																																																																																																																																											
(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)	(1)	(5)																																																																																																																																																																																											

$z = 7$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> </table>	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> </table>	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td><td>(7)</td><td>(3)</td></tr> </table>	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																																																																												
(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																																																																												
(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																																																																												
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)																																																																																																																																																																																												
(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)																																																																																																																																																																																												
(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)																																																																																																																																																																																												
(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)	(7)	(3)																																																																																																																																																																																												
$z = 8$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td></tr> <tr><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td></tr> <tr><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr> <tr><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td></tr> <tr><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td></tr> </table>	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(5)</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(0)</td><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td><td>(4)</td></tr> </table>	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td></tr> <tr><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td></tr> <tr><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td><td>(0)</td><td>(4)</td></tr> </table>	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)																																																																																																																																																																																												
(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																																																																																																																																																												
(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)																																																																																																																																																																																												
(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)																																																																																																																																																																																												
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)	(1)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(0)																																																																																																																																																																																												
(5)	(6)	(7)	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)																																																																																																																																																																																												
(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)																																																																																																																																																																																												
(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)																																																																																																																																																																																												
(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)																																																																																																																																																																																												
(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)																																																																																																																																																																																												
(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)	(0)	(4)																																																																																																																																																																																												

立体補助方陣 B, C においては、それぞれ、 y 軸、 z 軸方向； x 軸、 y 軸方向に同じ記号が 4 回ずつ現れる。この場合は、 $(0) + (4) = (1) + (5) = (2) + (6) = (3) + (7) = 7$ なる条件を与えることになるが、 A, B, C において、たとえば、 $(0) = 1$ 、 $(1) = 3$ 、 $(2) = 5$ 、 $(3) = 7$ （このとき、 $(4) = 6$ 、 $(5) = 4$ 、 $(6) = 2$ 、 $(7) = 0$ となる）とすれば、次の 8 次の立体魔方陣（定和 2052）を得る。

$z = 1$	$z = 2$	$z = 3$	$z = 4$																																																																																																																																																																																																																																																																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>294</td><td>216</td><td>263</td><td>205</td><td>283</td><td>233</td><td>314</td><td>244</td></tr> <tr><td>220</td><td>302</td><td>256</td><td>311</td><td>229</td><td>275</td><td>193</td><td>266</td></tr> <tr><td>290</td><td>212</td><td>262</td><td>208</td><td>287</td><td>237</td><td>315</td><td>241</td></tr> <tr><td>217</td><td>298</td><td>252</td><td>310</td><td>232</td><td>279</td><td>197</td><td>267</td></tr> <tr><td>291</td><td>209</td><td>258</td><td>204</td><td>286</td><td>240</td><td>319</td><td>245</td></tr> <tr><td>221</td><td>299</td><td>249</td><td>306</td><td>228</td><td>278</td><td>200</td><td>271</td></tr> <tr><td>295</td><td>213</td><td>259</td><td>201</td><td>282</td><td>236</td><td>318</td><td>248</td></tr> <tr><td>224</td><td>303</td><td>253</td><td>307</td><td>225</td><td>274</td><td>196</td><td>270</td></tr> </table>	294	216	263	205	283	233	314	244	220	302	256	311	229	275	193	266	290	212	262	208	287	237	315	241	217	298	252	310	232	279	197	267	291	209	258	204	286	240	319	245	221	299	249	306	228	278	200	271	295	213	259	201	282	236	318	248	224	303	253	307	225	274	196	270	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>160</td><td>367</td><td>189</td><td>371</td><td>161</td><td>338</td><td>132</td><td>334</td></tr> <tr><td>358</td><td>152</td><td>327</td><td>141</td><td>347</td><td>169</td><td>378</td><td>180</td></tr> <tr><td>156</td><td>366</td><td>192</td><td>375</td><td>165</td><td>339</td><td>129</td><td>330</td></tr> <tr><td>354</td><td>148</td><td>326</td><td>144</td><td>351</td><td>173</td><td>379</td><td>177</td></tr> <tr><td>153</td><td>362</td><td>188</td><td>374</td><td>168</td><td>343</td><td>133</td><td>331</td></tr> <tr><td>355</td><td>145</td><td>322</td><td>140</td><td>350</td><td>176</td><td>383</td><td>181</td></tr> <tr><td>157</td><td>363</td><td>185</td><td>370</td><td>164</td><td>342</td><td>136</td><td>335</td></tr> <tr><td>359</td><td>149</td><td>323</td><td>137</td><td>346</td><td>172</td><td>382</td><td>184</td></tr> </table>	160	367	189	371	161	338	132	334	358	152	327	141	347	169	378	180	156	366	192	375	165	339	129	330	354	148	326	144	351	173	379	177	153	362	188	374	168	343	133	331	355	145	322	140	350	176	383	181	157	363	185	370	164	342	136	335	359	149	323	137	346	172	382	184	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>39</td><td>469</td><td>3</td><td>457</td><td>26</td><td>492</td><td>62</td><td>504</td></tr> <tr><td>480</td><td>47</td><td>509</td><td>51</td><td>481</td><td>18</td><td>452</td><td>14</td></tr> <tr><td>38</td><td>472</td><td>7</td><td>461</td><td>27</td><td>489</td><td>58</td><td>500</td></tr> <tr><td>476</td><td>46</td><td>512</td><td>55</td><td>485</td><td>19</td><td>449</td><td>10</td></tr> <tr><td>34</td><td>468</td><td>6</td><td>464</td><td>31</td><td>493</td><td>59</td><td>497</td></tr> <tr><td>473</td><td>42</td><td>508</td><td>54</td><td>488</td><td>23</td><td>453</td><td>11</td></tr> <tr><td>35</td><td>465</td><td>2</td><td>460</td><td>30</td><td>496</td><td>63</td><td>501</td></tr> <tr><td>477</td><td>43</td><td>505</td><td>50</td><td>484</td><td>22</td><td>456</td><td>15</td></tr> </table>	39	469	3	457	26	492	62	504	480	47	509	51	481	18	452	14	38	472	7	461	27	489	58	500	476	46	512	55	485	19	449	10	34	468	6	464	31	493	59	497	473	42	508	54	488	23	453	11	35	465	2	460	30	496	63	501	477	43	505	50	484	22	456	15	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>93</td><td>427</td><td>121</td><td>434</td><td>100</td><td>406</td><td>72</td><td>399</td></tr> <tr><td>423</td><td>85</td><td>387</td><td>73</td><td>410</td><td>108</td><td>446</td><td>120</td></tr> <tr><td>96</td><td>431</td><td>125</td><td>435</td><td>97</td><td>402</td><td>68</td><td>398</td></tr> <tr><td>422</td><td>88</td><td>391</td><td>77</td><td>411</td><td>105</td><td>442</td><td>116</td></tr> <tr><td>92</td><td>430</td><td>128</td><td>439</td><td>101</td><td>403</td><td>65</td><td>394</td></tr> <tr><td>418</td><td>84</td><td>390</td><td>80</td><td>415</td><td>109</td><td>443</td><td>113</td></tr> <tr><td>89</td><td>426</td><td>124</td><td>438</td><td>104</td><td>407</td><td>69</td><td>395</td></tr> <tr><td>419</td><td>81</td><td>386</td><td>76</td><td>414</td><td>112</td><td>447</td><td>117</td></tr> </table>	93	427	121	434	100	406	72	399	423	85	387	73	410	108	446	120	96	431	125	435	97	402	68	398	422	88	391	77	411	105	442	116	92	430	128	439	101	403	65	394	418	84	390	80	415	109	443	113	89	426	124	438	104	407	69	395	419	81	386	76	414	112	447	117
294	216	263	205	283	233	314	244																																																																																																																																																																																																																																																												
220	302	256	311	229	275	193	266																																																																																																																																																																																																																																																												
290	212	262	208	287	237	315	241																																																																																																																																																																																																																																																												
217	298	252	310	232	279	197	267																																																																																																																																																																																																																																																												
291	209	258	204	286	240	319	245																																																																																																																																																																																																																																																												
221	299	249	306	228	278	200	271																																																																																																																																																																																																																																																												
295	213	259	201	282	236	318	248																																																																																																																																																																																																																																																												
224	303	253	307	225	274	196	270																																																																																																																																																																																																																																																												
160	367	189	371	161	338	132	334																																																																																																																																																																																																																																																												
358	152	327	141	347	169	378	180																																																																																																																																																																																																																																																												
156	366	192	375	165	339	129	330																																																																																																																																																																																																																																																												
354	148	326	144	351	173	379	177																																																																																																																																																																																																																																																												
153	362	188	374	168	343	133	331																																																																																																																																																																																																																																																												
355	145	322	140	350	176	383	181																																																																																																																																																																																																																																																												
157	363	185	370	164	342	136	335																																																																																																																																																																																																																																																												
359	149	323	137	346	172	382	184																																																																																																																																																																																																																																																												
39	469	3	457	26	492	62	504																																																																																																																																																																																																																																																												
480	47	509	51	481	18	452	14																																																																																																																																																																																																																																																												
38	472	7	461	27	489	58	500																																																																																																																																																																																																																																																												
476	46	512	55	485	19	449	10																																																																																																																																																																																																																																																												
34	468	6	464	31	493	59	497																																																																																																																																																																																																																																																												
473	42	508	54	488	23	453	11																																																																																																																																																																																																																																																												
35	465	2	460	30	496	63	501																																																																																																																																																																																																																																																												
477	43	505	50	484	22	456	15																																																																																																																																																																																																																																																												
93	427	121	434	100	406	72	399																																																																																																																																																																																																																																																												
423	85	387	73	410	108	446	120																																																																																																																																																																																																																																																												
96	431	125	435	97	402	68	398																																																																																																																																																																																																																																																												
422	88	391	77	411	105	442	116																																																																																																																																																																																																																																																												
92	430	128	439	101	403	65	394																																																																																																																																																																																																																																																												
418	84	390	80	415	109	443	113																																																																																																																																																																																																																																																												
89	426	124	438	104	407	69	395																																																																																																																																																																																																																																																												
419	81	386	76	414	112	447	117																																																																																																																																																																																																																																																												
$z = 5$	$z = 6$	$z = 7$	$z = 8$																																																																																																																																																																																																																																																																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>227</td><td>273</td><td>194</td><td>268</td><td>222</td><td>304</td><td>255</td><td>309</td></tr> <tr><td>285</td><td>235</td><td>313</td><td>242</td><td>292</td><td>214</td><td>264</td><td>207</td></tr> <tr><td>231</td><td>277</td><td>195</td><td>265</td><td>218</td><td>300</td><td>254</td><td>312</td></tr> <tr><td>288</td><td>239</td><td>317</td><td>243</td><td>289</td><td>210</td><td>260</td><td>206</td></tr> <tr><td>230</td><td>280</td><td>199</td><td>269</td><td>219</td><td>297</td><td>250</td><td>308</td></tr> <tr><td>284</td><td>238</td><td>320</td><td>247</td><td>293</td><td>211</td><td>257</td><td>202</td></tr> <tr><td>226</td><td>276</td><td>198</td><td>272</td><td>223</td><td>301</td><td>251</td><td>305</td></tr> <tr><td>281</td><td>234</td><td>316</td><td>246</td><td>296</td><td>215</td><td>261</td><td>203</td></tr> </table>	227	273	194	268	222	304	255	309	285	235	313	242	292	214	264	207	231	277	195	265	218	300	254	312	288	239	317	243	289	210	260	206	230	280	199	269	219	297	250	308	284	238	320	247	293	211	257	202	226	276	198	272	223	301	251	305	281	234	316	246	296	215	261	203	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>345</td><td>170</td><td>380</td><td>182</td><td>360</td><td>151</td><td>325</td><td>139</td></tr> <tr><td>163</td><td>337</td><td>130</td><td>332</td><td>158</td><td>368</td><td>191</td><td>373</td></tr> <tr><td>349</td><td>171</td><td>377</td><td>178</td><td>356</td><td>150</td><td>328</td><td>143</td></tr> <tr><td>167</td><td>341</td><td>131</td><td>329</td><td>154</td><td>364</td><td>190</td><td>376</td></tr> <tr><td>352</td><td>175</td><td>381</td><td>179</td><td>353</td><td>146</td><td>324</td><td>142</td></tr> <tr><td>166</td><td>344</td><td>135</td><td>333</td><td>155</td><td>361</td><td>186</td><td>372</td></tr> <tr><td>348</td><td>174</td><td>384</td><td>183</td><td>357</td><td>147</td><td>321</td><td>138</td></tr> <tr><td>162</td><td>340</td><td>134</td><td>336</td><td>159</td><td>365</td><td>187</td><td>369</td></tr> </table>	345	170	380	182	360	151	325	139	163	337	130	332	158	368	191	373	349	171	377	178	356	150	328	143	167	341	131	329	154	364	190	376	352	175	381	179	353	146	324	142	166	344	135	333	155	361	186	372	348	174	384	183	357	147	321	138	162	340	134	336	159	365	187	369	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>482</td><td>20</td><td>454</td><td>16</td><td>479</td><td>45</td><td>507</td><td>49</td></tr> <tr><td>25</td><td>490</td><td>60</td><td>502</td><td>40</td><td>471</td><td>5</td><td>459</td></tr> <tr><td>483</td><td>17</td><td>450</td><td>12</td><td>478</td><td>48</td><td>511</td><td>53</td></tr> <tr><td>29</td><td>491</td><td>57</td><td>498</td><td>36</td><td>470</td><td>8</td><td>463</td></tr> <tr><td>487</td><td>21</td><td>451</td><td>9</td><td>474</td><td>44</td><td>510</td><td>56</td></tr> <tr><td>32</td><td>495</td><td>61</td><td>499</td><td>33</td><td>466</td><td>4</td><td>462</td></tr> <tr><td>486</td><td>24</td><td>455</td><td>13</td><td>475</td><td>41</td><td>506</td><td>52</td></tr> <tr><td>28</td><td>494</td><td>64</td><td>503</td><td>37</td><td>467</td><td>1</td><td>458</td></tr> </table>	482	20	454	16	479	45	507	49	25	490	60	502	40	471	5	459	483	17	450	12	478	48	511	53	29	491	57	498	36	470	8	463	487	21	451	9	474	44	510	56	32	495	61	499	33	466	4	462	486	24	455	13	475	41	506	52	28	494	64	503	37	467	1	458	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>412</td><td>110</td><td>448</td><td>119</td><td>421</td><td>83</td><td>385</td><td>74</td></tr> <tr><td>98</td><td>404</td><td>70</td><td>400</td><td>95</td><td>429</td><td>123</td><td>433</td></tr> <tr><td>409</td><td>106</td><td>444</td><td>118</td><td>424</td><td>87</td><td>389</td><td>75</td></tr> <tr><td>99</td><td>401</td><td>66</td><td>396</td><td>94</td><td>432</td><td>127</td><td>437</td></tr> <tr><td>413</td><td>107</td><td>441</td><td>114</td><td>420</td><td>86</td><td>392</td><td>79</td></tr> <tr><td>103</td><td>405</td><td>67</td><td>393</td><td>90</td><td>428</td><td>126</td><td>440</td></tr> <tr><td>416</td><td>111</td><td>445</td><td>115</td><td>417</td><td>82</td><td>388</td><td>78</td></tr> <tr><td>102</td><td>408</td><td>71</td><td>397</td><td>91</td><td>425</td><td>122</td><td>436</td></tr> </table>	412	110	448	119	421	83	385	74	98	404	70	400	95	429	123	433	409	106	444	118	424	87	389	75	99	401	66	396	94	432	127	437	413	107	441	114	420	86	392	79	103	405	67	393	90	428	126	440	416	111	445	115	417	82	388	78	102	408	71	397	91	425	122	436
227	273	194	268	222	304	255	309																																																																																																																																																																																																																																																												
285	235	313	242	292	214	264	207																																																																																																																																																																																																																																																												
231	277	195	265	218	300	254	312																																																																																																																																																																																																																																																												
288	239	317	243	289	210	260	206																																																																																																																																																																																																																																																												
230	280	199	269	219	297	250	308																																																																																																																																																																																																																																																												
284	238	320	247	293	211	257	202																																																																																																																																																																																																																																																												
226	276	198	272	223	301	251	305																																																																																																																																																																																																																																																												
281	234	316	246	296	215	261	203																																																																																																																																																																																																																																																												
345	170	380	182	360	151	325	139																																																																																																																																																																																																																																																												
163	337	130	332	158	368	191	373																																																																																																																																																																																																																																																												
349	171	377	178	356	150	328	143																																																																																																																																																																																																																																																												
167	341	131	329	154	364	190	376																																																																																																																																																																																																																																																												
352	175	381	179	353	146	324	142																																																																																																																																																																																																																																																												
166	344	135	333	155	361	186	372																																																																																																																																																																																																																																																												
348	174	384	183	357	147	321	138																																																																																																																																																																																																																																																												
162	340	134	336	159	365	187	369																																																																																																																																																																																																																																																												
482	20	454	16	479	45	507	49																																																																																																																																																																																																																																																												
25	490	60	502	40	471	5	459																																																																																																																																																																																																																																																												
483	17	450	12	478	48	511	53																																																																																																																																																																																																																																																												
29	491	57	498	36	470	8	463																																																																																																																																																																																																																																																												
487	21	451	9	474	44	510	56																																																																																																																																																																																																																																																												
32	495	61	499	33	466	4	462																																																																																																																																																																																																																																																												
486	24	455	13	475	41	506	52																																																																																																																																																																																																																																																												
28	494	64	503	37	467	1	458																																																																																																																																																																																																																																																												
412	110	448	119	421	83	385	74																																																																																																																																																																																																																																																												
98	404	70	400	95	429	123	433																																																																																																																																																																																																																																																												
409	106	444	118	424	87	389	75																																																																																																																																																																																																																																																												
99	401	66	396	94	432	127	437																																																																																																																																																																																																																																																												
413	107	441	114	420	86	392	79																																																																																																																																																																																																																																																												
103	405	67	393	90	428	126	440																																																																																																																																																																																																																																																												
416	111	445	115	417	82	388	78																																																																																																																																																																																																																																																												
102	408	71	397	91	425	122	436																																																																																																																																																																																																																																																												

問題 46 いま, 仮に, 点 (x, y, z) と点 (x', y', z') とに同一数が対応するとすれば,

$$\begin{cases} x+2y+4z \equiv x'+2y'+4z' \pmod{11} & \dots\dots ① \\ x+2y+5z \equiv x'+2y'+5z' \pmod{11} & \dots\dots ② \\ x+3y+5z \equiv x'+3y'+5z' \pmod{11} & \dots\dots ③ \end{cases}$$

の 3 式が同時に成り立たねばならないが, このとき, ② - ① から,

$$z \equiv z' \pmod{11}$$

③ - ② から,

$$y \equiv y' \pmod{11}$$

これらと, ① 式とから,

$$x \equiv x' \pmod{11}$$

が得られるが, ここで, $x, x', y, y', z, z' = 0, 1, 2, \dots, 10$ であるから,

$$x = x', y = y', z = z' \quad \therefore (x, y, z) = (x', y', z')$$

となる.

[別証明] x, y, z の係数で作る行列式 D の値を使う.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \cdot 1 - 5 \cdot 3 \cdot 1 - 5 \cdot 2 \cdot 1 = -1$$

$D = -1$ と法 11 とは互いに素であるから, A, B, C は直交する.

問題 47 与式は, 法 n はそのままとし, 両辺に 2 を掛けても成り立つから,

$$(n+1)(a_1+a_2+a_3) \equiv n-1 \pmod{n}$$

ここで, n と $n+1$ とは互いに素であるから, $a_1+a_2+a_3 \equiv n-1 \pmod{n}$ となる.

また, 逆に, $a_1+a_2+a_3 \equiv n-1 \pmod{n}$ ならば, 法 n はそのままとし, 両辺に $\frac{n+1}{2}$ (n は奇数) を掛けても成り立つから,

$$\frac{n+1}{2}(a_1+a_2+a_3) \equiv \frac{n+1}{2} \cdot (n-1) \equiv (n+1) \cdot \frac{n-1}{2} \equiv \frac{n-1}{2} \pmod{n}$$

となる.