第1章　【練習問題】　解答

問題(1) 解答

標本モーメントの条件は次の通りです。

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^{\,2} - 2\hat{\theta}(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i) = 0$$

ここで、$\hat{\theta}$ はモーメント法による推定量です。上の式より、$\hat{\theta}$ は

$$\hat{\theta} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^{\,2}}{2\overline{X}}, \quad X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

として求めることができます。真のパラメータの値 θ は、$\tilde{X}$ が平均 1、分散 2 の正規分布に従うので、

$$\theta = \frac{E(\tilde{X}^2)}{2E(\tilde{X})} = \frac{2+1}{2\times 1} = 1.5$$

となります。

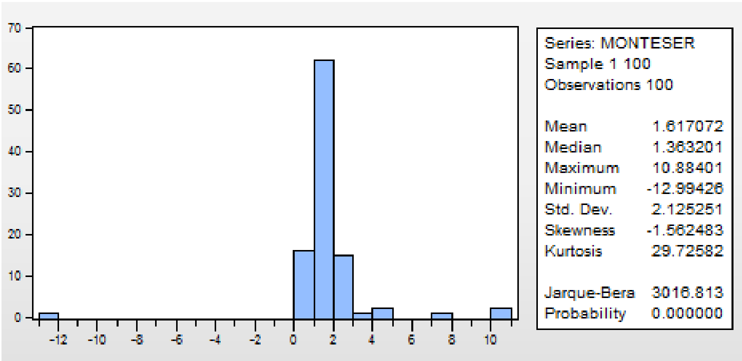
以下では、データ数（標本サイズ）n を 10, 100, 500 として $\hat{\theta}$ を推定し、各々の $\hat{\theta}$ の推定を 100 回繰り返して標本分布を作成します。標本分布作成のプログラムと標本分布はプログラム#1 の通りです。

プログラム#1

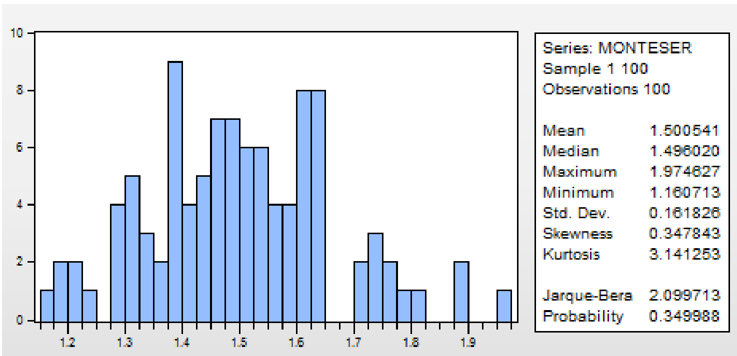
```
workfile u 500
!series=10
!draws=100
vector(!draws) montevec=0
for !n=1 to !draws
smpl 1 !series
series x=1+(2^0.5)*nrnd
series y=x^2
montevec(!n)=@mean(y)/(2*@mean(x))
next
smpl 1 !draws
series monteser=0
mtos(montevec, monteser)
monteser.hist
```

上のプログラムは、標本サイズが $n=10$ の場合ですが、標本サイズが $n=100$ 、 $n=500$ の場合は、プログラム文の 2 行目の!series=10 を、それぞれ!series=100、!series=500 とすればよいわけです。

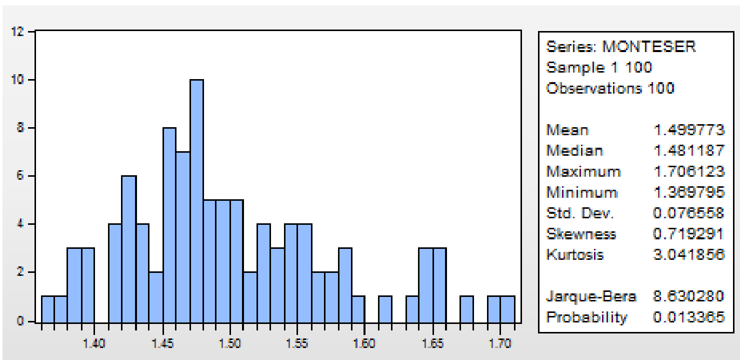
図 (1)-1 標本サイズ $n=10$ の場合の標本分布



図(1)-2 標本サイズ $n=100$ の場合の標本分布



図(1)-3 標本サイズ $n=500$ の場合の標本分布



図(1)-1、図(1)-2、図(1)-3 から明らかなように、標本サイズ n を 10、100、500 と増やすにつれて、標本分布の標本平均(Mean)は真の値 1.5 に近づき、標本標準偏差(Std. Dev)は小さ

くなっていくことがわかります。

問題(2)　解答

本文中(p.14)のプログラム 1.3 をもとに、本問題の GMM 推定量の標本分布を求めるプログラムを以下のプログラム#2 の通りに作成します。

プログラム#2

```
workfile u 500
!series=500
!draws=100
vector(!draws) betavec=0
for !n=1 to !draws
smpl 1 !series
series z=0
series e=0
series u=0
series v=0
smpl 2 !series
z=0.5+0.5*nrnd
e=0.6*nrnd
u=0.4*u(-1)+z(-1)*e
v=0.2*nrnd
smpl 2 !series
series x=0.3*u+0.5*z+v
series y=0.5*x+u
equation eq1.gmm y x @ c z
betavec(!n)=@coefs(1)
next
 smpl 1 !draws
 series betaser=0
 mtos(betavec, betaser)
 betaser.hist
```

GMM 推定における操作変数は定数項 c と変数 z です。これら操作変数の下で、以下の直

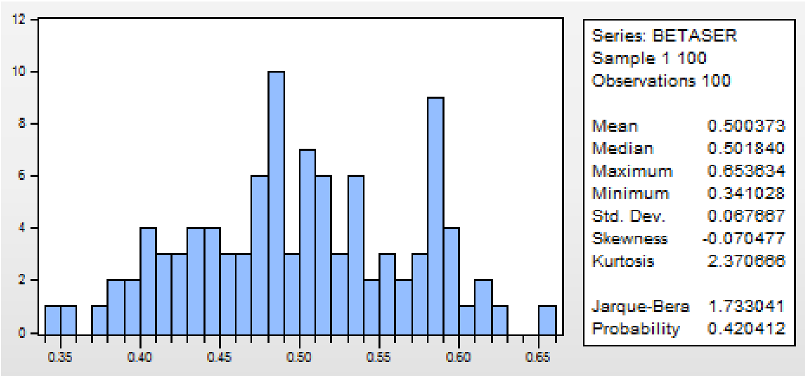
交条件が成立します。

$$E(1 \times u) = 0$$
$$E(zu) = E(z(y - ax)) = 0$$

したがって、推定するべきパラメータは 1 つ $a(=0.5)$、操作変数は c,z の 2 つです。

GMM 推定量の標本分布は図(2)-1 の通りです。真の値が 0.5、GMM の標本分布の平均もほぼ 0.5 の値です。

図(2)-1　GMM 推定量の標本分布



問題(3)　解答

本問題は消費 CAPM の問題です。問題では、データは四半期データで、サンプル期間は 1970 年第 1 四半期から 2001 年第 1 四半期までということですが、現在の内閣府のホームページでは、これら旧系列のデータはアップロードされておりません。そこで、内閣府で容易に検索できるデータに限定するため、本問題の解答では、サンプル期間を 1994 年第 1 四半期から 2012 年第 3 四半期までに変更します。データは日本評論社のホームページでアップロードしていますので、Excel ファイル（ch1problem(3)data.xls）でダウンロードできます。

資産収益率は、株式の実質収益率を用います。Hansen and Singleton(1982)にあるように、株式収益率は株式の配当を考慮するべきですが、ここでは省略して株価変化率（TOPIX の変化率）のみを資産収益率として定義します。

本文中で説明しましたように、直交条件であるオイラー条件の式を入力します。推定するべきパラメータは、効用の割引因子 δ と相対的危険回避度 λ です。図(3)-1 はデータの入力画面です。図(3)-1 からわかるように、操作変数として、定数項に加えて以下の変数を操作変数としています。

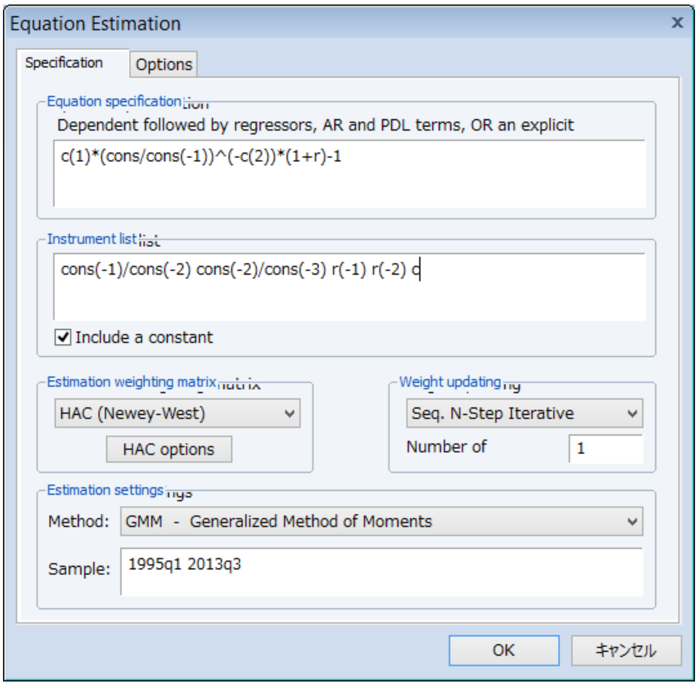
$$cons(-1)/cons(-2),\ cons(-2)/cons(-3),\ r(-1),\ r(-2)$$

誤差項の系列相関を考慮して HAC 推定量を用います。Bartlet の Kernel、そしてバンドの

幅は、デフォルトの Fixed Newey-West を用います。ウェイト行列の更新は 1 回のみで、2 段階推定を行います。

推定結果は図(3)-2 の通りです。効用の割引因子δの推定値は 0.89、相対的危険回避度λの推定値は 25.43 です。相対的危険回避度の推定結果は高めです。オイラー条件の過剰識別検定は、Prob(J-Statistic)の値が 0.63 なので、オイラー条件を棄却できない結果となっています。

図(3)-1　GMM の入力画面



図(3)-2　GMM 推定結果

Dependent Variable: Implicit Equation
Method: Generalized Method of Moments
Date: 01/13/14 Time: 15:08
Sample: 1995Q1 2013Q3
Included observations: 75
Sequential 1-step weighting matrix & coefficient iteration
Estimation weighting matrix: HAC (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 4.0000)
Standard errors & covariance computed using estimation weighting matrix
Convergence achieved after 26 iterations
C(1)*(CONS/CONS(-1))^(-C(2))*(1+R)-1
Instrument specification: CONS(-1)/CONS(-2) CONS(-2)/CONS(-3) R(-1) R(-2) C

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.891985	0.056930	15.66807	0.0000
C(2)	25.44721	20.63435	1.233245	0.2214

Mean dependent var	0.000000	S.D. dependent var	0.000000
S.E. of regression	0.363990	Sum squared resid	9.671655
Durbin-Watson stat	1.529901	J-statistic	1.719461
Instrument rank	5	Prob(J-statistic)	0.632616