応用編　第２章
練習問題　解答

1　以下の確率変数 $\tilde{X}$ のモーメント条件から、それに対応する標本モーメントの条件を求めてください。そして、標本モーメントから θ の推定値を求めてください。さらに、X のデータ数を 10、100、500 として、それぞれ θ の推定値を求め、その標本分布を作成してください。得られた標本分布から、このモーメント推定量が一致性を持つことを確認してください。

$$E(\tilde{X}^2)-2\theta E(\tilde{X})=1 \quad \tilde{X} \sim N(1,2)$$

解答

$E(\tilde{X}^2)=2+1^2=3$　$\theta=\dfrac{3}{2\times1}=1.5$ となり、θ の真の値は 1.5 です。標本モーメントからの θ の推定値 $\hat{\theta}$ は、

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2-2\hat{\theta}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\right)=0 \quad \hat{\theta}=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i}{\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2}$$

として表されます。標本分布の作成プログラムは、

```
workfile monte1 u 1 1000
!series=100
!draws=500
vector(!draws) montevec=0
for !n=1 to !draws
smpl 1 !series
series x=1+(2^0.5)*nrnd
series y=x^2
montevec(!n)=@mean(y)/(2*@mean(x))
next
smpl 1 !draws
series betser=0
mtos(montevec,betser)
betser.hist
```

各サンプルのデータの抽出回数は 500 として計算しています。サンプル数と標本分布の平均、標準偏差の値は、以下の表のとおりです。

サンプル数	平均(Mean)	標準偏差(Std.Dev)
10	1.759	2.437
100	1.504	0.171
500	1.500	0.072

サンプルが増加するにしたがって、平均は真の値 1.5 に近づき、標準偏差は小さくなっていくことがわかります。

2　本文の(2.21a)～(2.21d)の X_t, Y_t, Z_t のデータを生成させる EViews のプログラムを作成し、それら X_t, Y_t, Z_t のデータを 500 個生成させてください。そして、X_t, Y_t, Z_t のデータから、(2.21a)の Y_t の式の、X_t の係数の推定値に関する GMM の標本分布を求めてください（500 個のデータを 100 回繰り返して、標本分布を求めてください)。

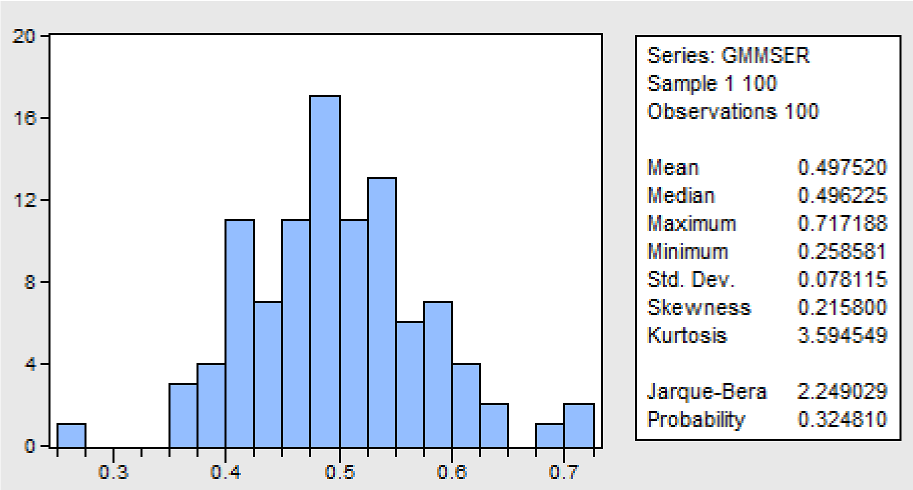
$$Y_i = 0.5X_i + u_i \qquad (2\text{-}37a)$$

$$X_i = 0.3u_i + 0.5Z_i + v_i \qquad (2\text{-}37b)$$

$$u_i = 0.4u_{i-1} + Z_i\varepsilon_i \qquad (2\text{-}37c)$$

$$Z_i \sim N(0.5, 0.25) \quad v_i \sim N(0, 0.04) \quad \varepsilon_i \sim N(0, 0.36) \qquad (2\text{-}37d)$$

解答



3　以下の消費 CAPM(Consumption CAPM)のオイラー条件から、パラメータ δ, λ を GMM によって推定してください。

（Hansen and Singleton(1982)参照）

$$E_t[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-\lambda}(1+r_{t+1})]-1=0$$

ここで、C_t ：国民経済計算の民間最終消費支出（実質、季節調整済）、

r_t ： $r_t=\log(\frac{SP_t}{SP_{t-1}})-\log(\frac{PC_t}{PC_{t-1}})$ 、SP_t ：TOPIX、PC_t ：消費者物価指数（CPI）（月平均）。サンプル期間は 1970 年第 1 四半期から 2001 年第 1 四半期までとします。

解答

推定結果は以下の通りです。

Sample (adjusted): 1980Q4 2005Q2
Included observations: 99 after adjustments
Kernel: Bartlett, Bandwidth: Fixed (3), No prewhitening
Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration
Convergence achieved after: 7 weight matrices, 8 total coef iterations
C(1)*(CONS/CONS(-1))^(-C(2))*EXP(R)-1
Instrument list: CONS(-1)/CONS(-2) CONS(-2)/CONS(-3) R(-1) R(-2) C

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.040305	0.039944	26.04439	0.0000
C(2)	16.81844	5.439087	3.092144	0.0026

Mean dependent var	0.000000	S.D. dependent var	0.000000
S.E. of regression	0.314424	Sum squared resid	9.589641
Durbin-Watson stat	2.516121	J-statistic	0.075271

ここで、操作変数として、$\frac{C_t}{C_{t-1}},\frac{C_{t-1}}{C_{t-2}},\frac{C_{t-2}}{C_{t-3}},r_{t-1},r_{t-2},c$ の 5 つの変数を使いました。

この結果は、効用の discount factor の推定値 C(1)が 1.04 とほぼ 1 に等しいこと、相対的危険回避度の推定値 C(2)が 16.82 と非常に大きいことを考えると、推定結果は説得的ではありません。ちなみに、J 統計量は 0.075271×99=7.45 で、自由度は 5-2=3、その時のカイ自乗分布の 5%点は 7.81、10%点は 11.3 です。したがって、過剰識別条件は棄却されません。