

耐久財の静学モデルと動学モデル—森嶋の「耐久財のディレンマ」再考 ウェブ付録

安達 貴教

補論1：森嶋(1994, pp.40-45)の方程式体系①～③（第2節）についての補足

森嶋(1994, pp.41-2)は、ここでの式②に対応する説明として、「いま一人のレンタカー業者がいて、P円の新車を貸すとすると、一年後に返却される時には、一年間の使用の結果、自動車の価値は減少している。一割価値が減少すると仮定すると、一年後に車が返却された時には、それは0.1Pだけ価値を失っているのである。他方レンタル業者にはp円だけのレンタル収入がある。それゆえレンタカー一台当りの純収入は $p - 0.1P$ であり、純収入率は $(p - 0.1P)/P$ である」と説明しているが、時間の経過に伴う価値の減耗をこの静学モデルで考えようとする精神に則れば、レンタル業者の収入は、 $(1+r)p$ と考えるべきであり(森嶋(1994)自身のノーテーションでは、ここでのrはiに対応)、従って、純収入率も $[(1+r)p - 0.1P]/P$ とするべきである。

なお、式④以降の説明では、戸建てマンションとして、新築と中古が区別されていない状況を考えているが、中古財の価格と供給量(K_U)という二つの変数を加えて変数の数を6とし、そして、式②に追加して、この中古財価格に関する裁定式と、中古財市場における需給均衡式という二つの式を考えて、計6本の式とすれば、以上の議論と同様に考えることが出来る。但し、この場合は、 $\bar{K} = K_R^* + K_H^* + K_U^*$ における「ラベルの張替え」という完全代替性の仮定の変更も伴うとする方が望ましいであろう。

補論2：シカゴ価格理論における定常状態の導出（第3節）について

まず、式①と式③から、式④は、

$$D_R(p_t) = (1 - \delta)D_R(p_{t-1}) + I(p_t)$$

となり、従って、式②を用いると、

$$D_R(p_t) = (1 - \delta)D_R(p_{t-1}) + I\left(p_t + \frac{1 - \delta}{1 + r}p_{t+1} + \frac{(1 - \delta)^2}{(1 + r)^2}p_{t+2} + \dots\right) \quad \dots (*)$$

が得られる。ここで、定常性の条件： $p_{t-1} = p_t = p_{t+1} = \dots \equiv p^*$ を用いると、式(*)は、

$$D_R(p^*) = (1 - \delta)D_R(p^*) + I\left(p^* + \frac{1 - \delta}{1 + r}p^* + \frac{(1 - \delta)^2}{(1 + r)^2}p^* + \dots\right)$$

となっているが、

$$p^* + \frac{1-\delta}{1+r}p^* + \frac{(1-\delta)^2}{(1+r)^2}p^* + \dots = \frac{1+r}{r+\delta}p^*$$

なので（尾山・安田編著(2013)や丹野(2017)などを参照）、これを P^* と定義すれば（表1の式②に対応）、式(*)は、

$$\delta D_R(p^*) = I(P^*)$$

となり、式①と式③からそれぞれ、 $K^* = D_R(p^*)$ 、 $I = I(P^*)$ と定義すれば（表1の式①、式③に対応）、定常状態における式④は、 $\delta K^* = I^*$ となることが分かり、これが、表1の式④に対応するものである。

なお、第4節のように、定常状態に焦点を当てて分析をする際には、定常状態が安定、即ち、式(*)を差分方程式と見た場合、これを満たす数列 $\{p_t\}$ が p^* に収束することが前提となっているが、それが保証されるかどうかについては、この式が高階かつ非線形なので、議論が困難という問題は残っている。この論点をご提示いただいた、佐々木啓明教授に感謝したい。

補論3：「摂動系の分析」（第4節）の補足

静学モデルと動学モデルの双方において裁定条件の式②より、

$$\Delta P = \left(\frac{1+r}{r+\delta}\right)\left(\frac{p}{P}\right)\Delta p - \frac{(1-\delta)r}{(r+\delta)^2}\left(\frac{p}{P}\right)\Delta r$$

となっているが、ここで、もう一度裁定条件に着目すると、均衡の相対賃料は

$$\frac{p}{P} = \frac{r+\delta}{1+r}$$

なので（なお、ここで $\delta < 1$ であることより、「均衡のレンタル価格 p は、均衡の販売価格／投資価格 P よりも低い」ことが分かる）、

$$\Delta P = \Delta p - \frac{(1-\delta)r}{(r+\delta)(1+r)}\Delta r$$

と簡単化される。

参考文献

尾山大輔、安田洋祐（編著）（2013）『[改訂版 経済学で出る数学 高校数学からきちんと攻める](#)』日本評論社。

丹野忠晋（2017）『[経済数学入門 初歩から一歩ずつ](#)』日本評論社。

森嶋通夫（1994）『[思想としての近代経済学](#)』岩波新書。