

数学ギライに効く 数学の教え方，数学の学び方

経済学部に入ってみたら，数学や抽象的な説明ばかりで，もううんざり——。
そんな数学ギライを克服するには，必要なところから手をつける，目的を持ってやる，
という秋山流攻略法が効きそうだ（かく言うこの増刊も，この方針に則っています）。
[編集部]

切っても切れない数学と経済学の関係

秋山先生は，経済学に対してどのようなイメージをお持ちでしょうか？

秋山 まず，最初に，私は経済学について門外漢で，生活では計画性がなく，不経済な（笑）人間だということをお断りさせていただきます。経済学に対するイメージというと，対象とする現象を数式で表現し捉えることが多いという点からすると，文系というより，どちらかと言えば理系的な分野だという印象があります。使用する数学も，人間の多様で複雑な経済活動による現象を解明するための道具なので，かなり高度な数学も使われていますよね。私は経済学のことをあまりよく知っているわけではありませんが，経済学者の私の友人は私より多くの分野の数学を知っていて，数学の論文を書いていたこともありまして，もしかしたら，化学や生物，工学の分野より，数学を使っていると言えるかもしれませんね。

それから，以前，テレビ局で，報道番組のディレクターと雑談していたときに「自分は経済学部出身だけれど，入学早々に“日本の経済をミカンだとすると……”なんていう前提のもとで理論が進められていくんですよ。このように高度に抽象化した話には到底付いていけないと思いました」という話を聞いたことがあります。抽象化して理論を組み立て

ていくやり方に馴染めなかったということですね。この点でも，数学に近い分野なのかもしれませんね。まあ，物理の先生から「自分から見ると，数学は理系というより，哲学に近いんじゃないか」なんてことを言われることがあるので，そもそも文系と理系の境界なんてものが曖昧なわけですが。

こういったことから，“経済学は文系よりも理工系の分野だよ”としてしまった方が，進学しようとする学生にとって誤解が少なくないのではないかとも思うのですが，どうなのでしょう？ 経済学部の入学試験といえは，かつては，“一橋大学経済学部の可否の鍵を握るのは数学である”とか“慶応の経済を受けるなら数学は非常に重要だ”ということが常識のように言われていて，数学が結構重視されていたような印象があります。それがいまでは，入学時に志願者の数学力をチェックせずに学生を受け入れている大学が多くなっているので，経済学部で数学はそれほど必要ないんじゃないかと誤解して入学する学生も少なくないのでしょうか？

でも，だからといって，経済学部の入試に数学の試験を追加すればすべてが解決するとは思いません。

最近，相撲界の問題が何かと報道されますね。“弟子が昔のように集まらない”，“従



来とは違った基準で人材を幅広く集めなければいけない”，“人数がたくさんいた昔なら即破門になる弟子でも，教育して続けさせなきゃいけない”，“従来の指導の仕方ではいけない”

こういう問題は相撲界に限ったことじゃなくて，どの分野でも起きているわけですよ。少子化だったり，世の中が豊かになり多様化しているので，若者たちに“大変だけど，この道を選んだのだから最後までやり遂げよう”という気持ちがないとか，そういった社会的背景があるわけです。それと同時に，各分野で，これまで若い人を教育してきた慣習的なやり方があったのだが，時代が変わったいまでも本当にそのやり方が若者を育てる最良の方法なのかと，当たり前のように行ってきたことへの抜本的・総合的な見直しが求められていると思います。

そもそも経済学部で入試科目から数学をはずす大学が増えたというのも，受験志願者を増やしたいという大学側の事情があって行われてきたことでしょう。それに，数学を入試科目に入れても，理工学部の現状がそうであるように，受験対策として用意されている傾向と対策マニュアルを手取り早く暗記・練習するだけで，キチンとした数学のリテラシーや思考力を身につけずに終始してしまっている場合が多いですから。

そういった受験システムについてはどのようにお考えでしょうか？

秋山 日本みたいに入試に比重をおいた方式をとっているのは，韓国や中国などはそうかもしれませんが，欧米ではほとんどありません。高校生の勉強というと，日本では受験のための試験対策になるけれど，高校から留学し向こうの大学に進学した学生たちの話を聞くと，「日本での勉強は浅く広く覚えるという感じだったが，こっち（英国や米国）では，それほど沢山ではないが，1つずつ深くじっくり自分で考える，そして自分の考えを自分の言葉で表現することが要求される」という。日本には長年，受験信仰というかテスト信仰があり，受験で難しい問題を出しそれで得点を競わせるというやり方が横行していた。しかし，このやり方は，高校生たちが日頃からさまざまなものに関心を持って本を読んだり，調べたり，レポートを書いたり，取材したり，……といった調べ活動を奪う結果になってはいないのか？ 堀田力さんが『人間力の育てかた』という著書のなかで，次のようなことを述べています。「2007年のセンター試験の世界史で，藤原広嗣，山崎闇斎，植木枝盛，カブラルに関する設問が出されているのですが，この中の何人をご存知ですか」。恥ずかしながら私は1人も知りませんでした（笑）。

堀田さんが指摘しているように、世界史の専門家を目指す学生を対象にした試験ならいざしらず、大学進学のために教養として必要な世界史の知識とは思えません。他の科目でも同じで、試験偏重、その結果差がつく問題を、ということで、細かすぎることを要求しているのではないかと。フランスのパカロレアでも米国のSATでも、もっと本質的な部分、すなわち試験では基本学力を問うて、それプラス米国では日頃の活動からうかがえる能力を評価して入学審査をしている。フランスでは、記述論文形式の哲学のテストでマニュアル対応でない思考力や分析力・表現力を観る。パカロレア試験に合格すれば大学入学資格が得られて基本的にどこでも好きな大学に入学できる。そんなことをしたら、人気大学に集中してしまうだろうと思うかもしれませんが、日本と違って大学での単位認定や進級、卒業判定が厳しいので、自分の能力や相性に合った大学を選ぶんです。

日本では、長年に亘って、大学進学率も上がり、変化する社会の中で、若者たちに力を付けて貰おうと、さまざまな試みが行われてきました。方法論は違っても、若者に力を付けて貰い、社会にとって有意義な人材を育てたいという思いは同じだったと思います。しかし、入学試験や入学システムについては、たびたび議論の俎上に上がれども、本質的に手付かずのまま温存されてきました。やはり、そこにメスを入れない限り、日本が抱えている教育の問題は抜本的には改善できないでしょう。

大学入試に関しては、各学部、各学科が、入学を許可する学生に求める学力や知識レベルを明確化すべきです。そして、“入学時のレベルから、学部4年間でキチンとやればこれだけのことが身につけられる”という、受け入れた学生の実力にあった教育カリキュラムを準備する。そして“これだけのことを身につけた学生が卒業だ”という卒業時のレベ

ルを明確化する。このように、入学時のレベルだけでなく、そこから卒業時までの教育内容・教育目標を見直し、再構築する必要があるのではないのでしょうか。大変、労力を要することですが、それが大学にとっても、学生にとっても一番大切であり、実のあることですよ。各学部・学科が、入学時だけを考えるのではなく、まずは、社会のニーズを踏まえ、入学後から卒業時までの教育内容について考えたうえで、それでは受験をどうしようかと考える必要があると思います。

ますます求められる「応用力」、 「問題発見能力」

これからどのような教育が必要となってくるとお考えでしょうか？

秋山 いわゆる進学校といわれるある男子私立校で、志望した難関大学に進学しても大学で学ぶ意味を見失ってしまって留年したり退学してしまう件数が増加している。卒業生の保護者から相談も増え、深刻な問題になった。そこで、その学校では、進学対策に当てていた時間を削って、高1から、1,2年かけて調べ学習を導入した。すなわち、社会の中の問題をテーマに決めてグループに分かれ、関連書や文献を読んだり、専門家や関係者のところに調査取材に出かけたり、ネット等で調べたり、そういった能動的な学習を取り入れることにしたそうです。社会の問題は、原因が1つということではなく色々な要因が複雑に絡み合っている。また、さまざまところで、目的意識や責任感をもって自分の仕事に悩みながらも真剣に取り組んでいる人たちがいる。テーマを追求する学びを通じて、そういったことを各生徒が実感し、自分の将来についての考え方も“とりあえず、偏差値がいくつの某大学に進学すること”から、“自分は将来、社会に出てどんな仕事に取り組みたいのだろう”と考えるようになっていったそうです。だ

から，進路選択も偏差値で高い方から受けるというのではなく，将来こんなことをしたいから，複数の大学の同じ学部を受験するという具合に変わったのです．この結果，留年も中退の人数も減り，卒業後も生き生きと学んでいるので，良かったと思っているし，結果的に進学実績もそんなに下がってはいないそうです．

勉強というと試験のために問題パターンや解法をインプットする受身的な勉強で，しかも大学合格の目標のために受験が低年齢化し，そういう勉強が小学生から始まっている．その結果，長年勉強してきていても自分で疑問を見つけながら試行錯誤し思考を深める頭の使い方をしていない．そんなこと言っただけで志願者のブランド志向は変わらないから人気大学を目指す日本の受験傾向はいままでもこれからも大きく変わることはない，と考えるのは間違いです．たとえば日本の野球界を考えてみてください．野球界にもグローバル化の波が押し寄せ，日本のトッププレーヤが大リーグを最終目標に考えるようになったことによって，日本の高校生がドラフトで指名されても「人気球団でなきゃイヤだ」と言って入団拒否することが少なくなってきました．指名されたプロ球団にすぐ入ってプロとしての実力をつけて大リーグに行こう，国際的に通用する仕事をしようと考えているからです．

それによって，永遠に安泰と思われていた巨人を頂点としていた日本球界の構造があつという間に崩れてきました．似たようなことが日本の教育界にも起こり得るからです．すでに，近年，経済的に余裕がある家庭では，日本の大学よりも，アメリカや英国の名門大学に留学させて，国際的に通用する能力を伸ばそうという傾向が見られる．日本の大学も，逆に世界中の若者たちから留学したいと言われるように，この分野に関しては世界一といわれるようにならなければならない．

最近，OECD が先進国 30 カ国の高校生を対象に行っている PISA の試験の結果がしばしば話題にされます．1 月に NHK のクローズアップ現代で，その PISA の主任が欧州が考えている教育目標と PISA で問おうとしている学力の中味について，インタビューを受けていました．「簡単に教えたり，暗記できたり，テストで試せるような能力で解決できることは，コンピュータに任せればよい．だから，知識量を問う従来の学力テストを行っても意味がない．育みたい知的能力は，情報を総合的に捉え統括し幅広い事柄を扱える能力，状況を自力で分析し判断し臨機応変に対応する能力，論理的に伝達する能力，失敗したら，その原因を究明し，次善の策を打ち出す能力，そして，自分と異なるさまざまな人と協調しながら仕事をすすめていける能力で



す。PISA ではそういう学力を測ることを目的にしている」と。すなわち、このテストで国際的な順位を上げたいというのなら、“テキストを厚くし細かい内容まで扱い、反復練習の時間を増やすことじゃないよ”ということなのです。

日本でも“地頭”とか“受動的な学力でなく能動的な学力を”という言葉をししばし耳にするようになってきましたが、ダム一杯の知識を持っていてもそれを応用できなければ意味がありません。知識の集積よりも応用力や活用力、そして、混沌とした状況から問題の本質を抽出する力の方が重要です。日本の生徒は基礎・基本の力はあると、最近の学力調査でも報告されています。いままでの教育は、与えた問題を正確に速く解く能力を一生懸命、延々と鍛えてきました。ところが、数学でも科学技術でも、経済学でもどんな分野でもそうだと思うのですが、それらを発展させてきた原動力は問題を探索する能力です。「この現象が不思議だぞ、なぜだろう」、「他にもっと違った便利な方法はないのだろうか」と考え探し出す能力を磨く学び・教育が日本でも必要なんだと思います。

学ぶ意欲は、目的を知ることから

確かに、学校で、たとえば数学を教えられても、解き方を教えてもらうだけで、では、この数学がどういう学問にどういう形で応用されているのかが見えてきません。大学入学前（中学や高校）における数学教育については、どのようにお考えでしょうか？

秋山 矢野健太郎先生の『すばらしい数学者たち』という文庫本が30年ぶりぐらいで復刊されたのですが、その序文で矢野先生はこう書いているんですね：「算数や数学を面白くないと思う人があれば、それは数学をある1つの面だけから眺めているからだと思えます。教科書は、数学の大筋だけを追っ

ていますが、その大筋のまわりには数学者たちの多くの苦心が隠されているのです」。

中学・高校の数学の教科書は、言ってみれば数学の世界の文法書というか辞典のようなものですね。限られた時間数の中で所定の文法や単語に触れられるように、必要な情報が非常に効率的に並べられて構成されているが、あれだけ読んで素っ気なくて面白いというものではない。文法書をひたすら読破しても、実際に会話したり、文章を読んだり書いたりしなければ、そこに書かれている事柄の有難味も面白さもないわけですね。

中学・高校の数学について大雑把に見たとき、改善する余地があると思う点が2点あります。1つは、数学が世の中でどのように応用され、日常生活に結びついているのかを数学教育の中でもっと伝えることです。たとえば、いますべての商品についているバーコード。この13桁の数によって、レジの待ち時間が短縮されただけでなく、お店側の在庫管理や品質管理に革命をもたらしましたが、どんな仕組みがくみこまれているのか？バーコードの読みとりミスを防ぐために小学3,4年生で習う剰余の性質が使われている。カードのセキュリティをどのように守っているのか？それには数論の古典的定理“オイラーの定理”と“2素数 p, q の積 N を計算するのは簡単だが、 N を十分大きくすると、その逆の計算はコンピュータを使っても事実上実行不可能”という計算の一方向性を利用した“RSA 公開鍵暗号法”のおかげです。また、“株価の変動のグラフを見ると、ブラウン運動に似ている”なんていう発想から、ブラック・ショールズ方程式が導かれていった……なんていうように、生活に結びついた数学の例には枚挙に暇がないのです。学校での学びは、単に机上の学習であってはならない。数学がどんなところで、どんなふうに関立っているのか、それを伝えることが、数学を学ぶ意欲を刺激することになります。

この目的で高校数学に数学基礎という科目が導入されているのですが，結局，受験に関係ないから選択しない，なんてことがまた行われていて，十分活用されていないようなのは残念ですね．

もう1点は，教科書が文法書のようなものだとしても，1つ1つの項目が先に行ってしまう風なことに繋がっていくのか，どういう最終目的に辿り着くための道具なのか，という説明がないまま，次から次に“身に付けなさい”と新しい道具が出てくる感じなんです．ホンダ技研がオートバイ製造を主力にしていた小さな会社だったとき，オートバイを組み立てる流れ作業で，途中のネジを締める工程を担当していた工員たちの仕事の出来が甘いことがわかった．そこで，ただ注意するんじゃなくて，オートバイがどのような段階を踏んで組み立てられるのか全工程を説明したそうです．ネジを締めるだけなのだから，全体の話をして無駄じゃないかと思うかもしれないが，全工程の中の，何を自分が担当しているのか，その部分が疎かになったら，完成品にどんな問題が起こり得るのかがわかって，自分の担当している仕事を丁寧に行うようになったそうです．

要は，何をしているのか，何のために自分が動いているのかがわからないと，いまやっていることにモチベーションを持ってやり続けることができないということなんです．中学までは数学はまあまあできてたけど，高校に入って三角比のあたりで挫折した……という話をよく耳にします．それで，数学の教科書を改めて見ると，いきなり直角三角形が出てきて，どの比をコサイン，どの比をサイン……，それでいくつかの直角三角形の典型例が出てきて，半角，倍角，三倍角の定理，正弦定理と余弦定理とそれらの練習問題が出て終わる．生徒にしてみれば，突然，三角形のことについてずらずら単語や定理が出てきて，なんのために習うのかわからないまま沢

山の事が出てくるからいやなんだろうな，とわかる気がしました．そこで，生徒たちにどう説明すればよいのかを考えてみました：どんな多角形も三角形に分解できる．曲線で囲まれる平面領域も近似的に三角形に分解できるとみなせます．このように，三角形が平面図形の基本単位だから，三角形を究めようという項目が三角比だ．三角形には3辺と3つの角があるけれど，その6つ(角は2つわかれば自動的に3つ目が決定されるので，実際には5つ)の情報のなかのいくつがわかれば三角形を特定できるか？ という話です．正弦定理と余弦定理を知っていれば，5つのうちの3つの情報がわかれば，いつでもその三角形を復元することができるということを学んでいるわけなんです．三角比の用語や定理を使う練習をすることに変わりなくても，こういう全体像がわかっているかどうかで，三角比に対するモチベーションはだいぶちがうのではないのでしょうか？ 所定の問題が解ければテストはパスできるからいい，という学び方じゃなく，数式や定理に出会うたびに，その意味や意義を考える習慣をもつことが，大学以上の抽象性の高い数学と付き合うときに，とても大切になってくると思います．

大学で教える場合はどうでしょうか？ たえば，経済学部の場合で言うと，教養部で数学者から教わる数学と，経済学で使用する数学には乖離があります．

秋山 経済学部でどうなのかをあまり知らないで，理工学部の話で答えさせていただくと，それぞれの学科によって道具として必要な数学があるから，それぞれの学科にあった目標を主眼においたカリキュラムを充実させるのが良いと思います．大学の4年間で専攻の学問を究めることを第一に考えるべきなのですから，それが困難だというのなら，数学のカリキュラムも，そのように柔軟に変えていくのがいいと個人的には思います．それぞれの学科で「自分たちの学科や仕事では数学

を使ってこれこれこういうことを行うので、こういう数学を教えてほしい」といった意見を、経済と数学のそれぞれの専門家たちで意見を出し合ってテキストをつくるのがいいと思います。米国のボーディングスクールの例ですが、数学があまり得意じゃないが将来化学に進みたいと考えている高校生は、理論を学ぶための数学ではない、電卓やコンピュータソフトを使った、道具として数学を使う実用的な数学科目で学んでいるそうです。

数学ギライは克服できる！

数学をほとんど勉強しないで経済学部など文系学部に入ってしまった学生でも、いまから楽しめる数学の面白さはあるのでしょうか？
秋山 たくさんありますよ。先の矢野先生の言葉じゃないけれど、数学には多面的な顔がある。たとえば、その本は、数学を作り上げていった数学者の生涯や逸話を知って数学に親しみをもち、教科書に書かれている知識の周りにある面白い背景に目を向けてもらいたいという本です。数学をやってこなかったことを気にする必要はありません。思い立ったときに始めればよく、年齢やブランクを心配する必要はありません。ピートたけしさんも3, 40年振りに数学を学んで楽しまれている。あと、日銀の総裁人事が決まらなかったとき、何か向こうのメディアが“なんで候補者は法学部出身者が多く、経済学部出身者じゃないんだ？”という疑問をぶつけていました。法学部は経済学部より大学4年間で数学に触れるチャンスは少ない。しかし、高度な数学を使った経済学をモノにし重責を果たしているわけでしょう？ 大切なのは第一に意欲であって、ブランク年数や年齢とはあまり関係ないと言えるでしょう。

改めて数学を学びなおすときの学び方として、野口悠紀雄先生が著書『「超」勉強法』で提案されていた“パラシュート法”がいい

のではないですか？ 数学は一般に基礎からきっちりと取り組まなければ身につかないというイメージがあるし、一般的にはその通りなのですが、以前、野口先生と対談した際に、「その考え方が数学から人々を遠ざけるマイナス要因になっているかもしれない」と野口先生はおっしゃっていました。“パラシュート法”は、興味をもったことや必要なところだけを、その場で本気になって習得する方法です。ひょっとすると、そのために逆のぼって調べなければならない箇所も新たに生ずるかも知れませんが、その結果、早く理解できる部分もあるのだといいます。基礎、基本をじっくりやっているうちに一生が終わってしまうなんてことも、テーマによってはあるかもしれないし(笑)、その方法をとらなければ、そのことについて何も知らないままということになってしまう。そうやっているいるなところを少しずつつかじっていくうちに、多くのことがわかっていくということもある。

この『経済セミナー』の読者の中にも「経済学部に入ってみたら、ニガテな数学が各所で使われていて、いやだな」と思っている人がいると思います。それでも、案ずるより産むが易しで、兎に角飛び込むことが大切です。やっていけば必ず少しずつわかっていきます。それによって、面白さもそれに比例して増大します。数学科の講義でも、ともすると、普段の講義では定理や数式を次々に追いかけるばかりで、そのなかで、自分がいま何をやっているのか、それが何につながっていくのかを見失い面白さを感じることができないという学生も少なくないんです。そういう学生には、洋書やその訳書に、数式を使わないでフェルマーの定理の挑戦の歴史がどういうものだったかとか、数学の未解決問題にはどんなものがあるとか、本質だけをダイナミックに描いている本があるので、そういう本を読むこともお勧めします。自分がいまやっている数式との格闘の意味がわかるように。

経済学部だったら、ワルラスの一般均衡理論や、ノーベル経済学賞を受賞したレオンチェフの投入産出分析とか、アローの社会的選択理論と個人的評価などを、わからなくても思い切って一度読んでみることも大切なのではないでしょうか？ 読んだときはあまりピンとなくとも、あとで、他のことについて考えたり学んだりしたときに、「ああ、こういうことを言っていたのか」とわかることもありますから。

学部学生だけでなく、就職活動をしてこれから社会に出る方や大学院に進学して研究者になる方たちに向けてのメッセージもお願いします。

秋山 『経済セミナー』の読者は、この雑誌を読んでいるということからだけでも、自分が専攻した経済学に対して並々ならぬ思いをもっていることがわかります。たとえ将来、経済学と関係のない道に進んでも、経済学に関係する本や雑誌、新聞記事などを生涯に亘って読み続け、経済学と何らかの形で関わり続けていって欲しいと思います。私も、最近では *Economics* (Edited by Simon Cox) を読みましたよ。社会の中で生きていく以上、経済活動の中にいるので、経済学とまったく関係がなくなることはありません。大学で学んでわからなかったと思うことでも、いろいろな方向から経済と関わりつづけていく中で、“ああこういうことだったのか”と合点がいくことも出てくるし、新たに興味が出てくることもあるでしょう。大学で学んだことは何もならなかったなんてことは決してないはずですよ。数学も、難しい本じゃなくていいから、楽しいと思える範囲でぜひ関わりつづけていってください。グローバル時代になって、技術もシステムも超スピードで変化していくようになり、昔のように学生時代に学んだ技術や知識だけで一生食べていける世の中ではなくなったと言われています。また、色々な分野にまたがる問題がテーマになっていく時

代でもあります。自信を持って幅広く学びつづけていってください。

研究者を目指している方々には、頑張ってくださいということぐらいしか、申し上げることはないと思うのですが、期待を込めてひと言ふた言、言わせていただければ、既存の分野テーマで業績をあげるのももちろん素晴らしいですが、世界の多くの人に幸せをもたらす、まだ誰も確立していない異分野・多分野にまたがる新しい経済学の研究成果を編み出していいただきたい。また、我々、多くの素人にも、本質をわかりやすく、ダイナミックに展開されている経済学・経済の世界を解説してくれる、経済学コミュニケータがもっともっと登場してくれたらいいなあと思います。

堀田力 『人間力の育てかた』(集英社新書, 2007年)

矢野健太郎 『すばらしい数学者たち』(新潮文庫, 2008年)

野口悠紀雄 『「超」勉強法』(講談社, 1995年)
Simon Cox ed., *Economics*, Bloomberg Press, 2005.



秋山 仁 Akiyama Jin

1946年生まれ。理学博士、数学者。上智大学大学院数学科終了後、ミシガン大学数学客員研究員、米国 AT & T ベル研究所科学コンサルタント(非常勤)、東京理科大学教授などを経て、現在、東海大学教育開発研究所所長。著書:『数学センスをみがこう』(日本放送出版会)、『知性の織りなす数学美』(中公新書)ほか多数。